CONDUTTORI
E
DIELETTRICI

I conduttori

Conduttori materiali solidi, liquidi o gassosi in cui sono presenti cariche che possono muoversi liberamente (**cariche mobili**)
Conduttori solidi (ad es. i metalli) sono corpi in cui le cariche mobili sono elettroni

Proprietà conduttori in equilibrio elettrostatico

1. **$E_{int} = 0$**

- le cariche devono essere fisse (conduttori in eq. elettrostatico)

se $\mathbf{E}_{int} \neq 0 \rightarrow \mathbf{F} = q\mathbf{E}_{int} \rightarrow$ moto di cariche

2. **$q_{int} = 0$**

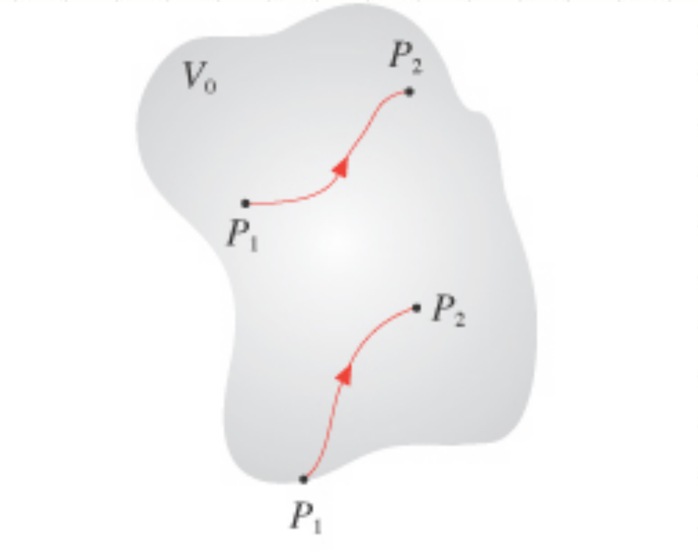
Per il T. di Gauss

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow q_{int} = 0$$

3. In un conduttore carico, l'eccesso di carica si distribuisce solo sulla **superficie**.

I conduttori

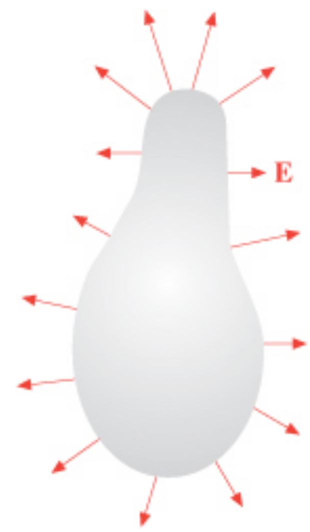
4. Il **potenziale** V è costante in ogni punto del conduttore.
5. La superficie di un conduttore è una **superficie equipotenziale.**



$$V(P_1)-V(P_2)=\int_{P_1}^{P_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \Rightarrow$$
$$V(P_1)=V(P_2)=V(P_0)$$

I conduttori

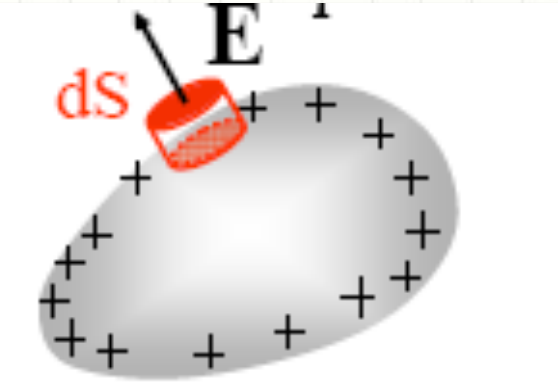
6. Il campo in un punto esterno molto vicino al conduttore **è ortogonale alla superficie del conduttore**. Essendo la superficie di contorno la superficie equipotenziale. (inoltre se avesse una componente tangenziale, ne risulterebbe un forza tangenziale che metterebbe in moto le cariche).



7. **E** è pari a:

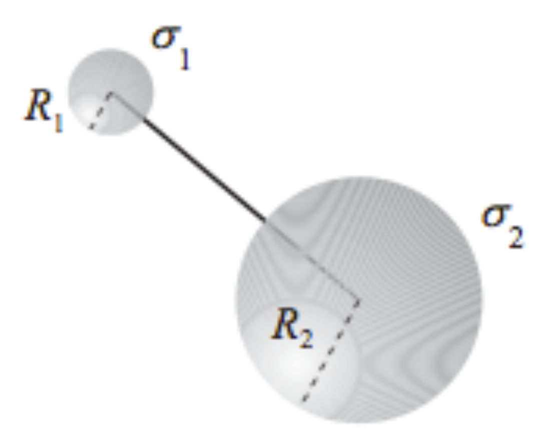
$$\oint_G \vec{E}\cdot d\vec{S} = E dS = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_n}$$



I conduttori

7. **Effetto punte:** in un conduttore di forma irregolare la carica tende ad accumularsi nei punti in cui il raggio è minore ossia la curvatura della superficie è maggiore, ovvero in prossimità delle punte.



$$\begin{cases} q_1 = 4\pi R_1^2 \sigma_1 \\ q_2 = 4\pi R_2^2 \sigma_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1^2 \sigma_1}{R_2^2 \sigma_2}$$

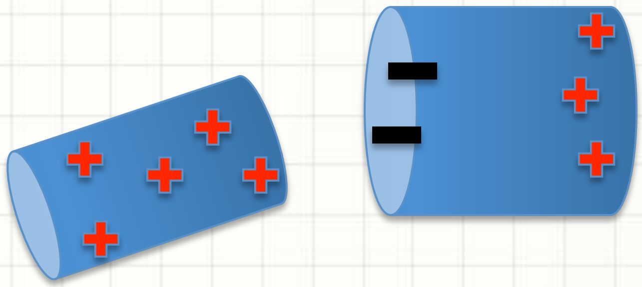
Essendo le due sfere connesse tramite un filo conduttore, tutto il sistema deve essere allo stesso potenziale. Supponendo che la distanza tra le due sfere sia tale che la carica di una non influenzi la distribuzione di carica dell'altra:

$$V = \cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} \frac{q_1}{R_1} = \cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} \frac{q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}$$

$$\boxed{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

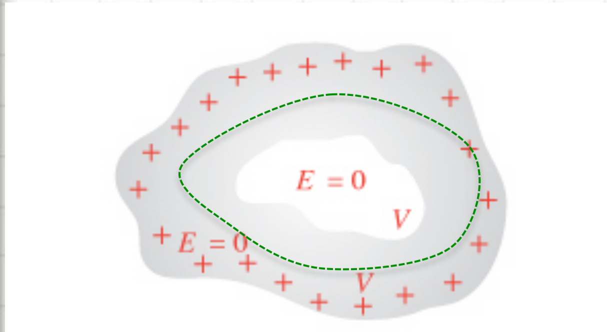
Induzione elettrostatica

Supponiamo di avere un conduttore neutro e di avvicinare ad esso, molto lentamente, un conduttore carico positivamente.
Dalla parte vicina al conduttore carico appariranno, sulla superficie del conduttore delle cariche di segno - mentre dal lato opposto vi saranno delle cariche +.



Se si riallontana il corpo carico, la distribuzione di carica del corpo neutro, ritorna ad essere quella iniziale.
Un conduttore carico induce su di un conduttore neutro la comparsa di cariche, distribuite spazialmente in maniera differente, ma sempre tali che la loro somma algebrica rimanga nulla su tutto lo spazio occupato dal conduttore e sulla sola superficie del conduttore.. Il fenomeno si chiama **induzione elettrostatica** e la carica che compare sul conduttore neutro si chiama **carica indotta**.
Tale fenomeno non ha ovviamente un analogo nel campo gravitazionale ed in quanto tale rappresenta una importante proprietà dei corpi carichi.

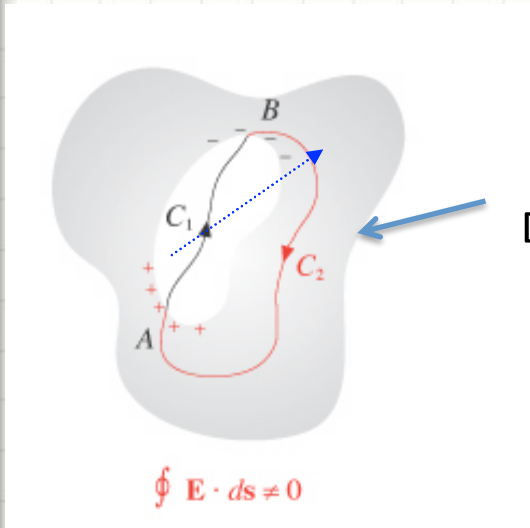
Conduttore cavo: schermo elettrostatico



Sulla superficie interna di una cavità non possono esserci cariche: la carica si distribuisce sempre e soltanto sulla superficie esterna.

S superficie chiusa che racchiude la cavità

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow q_{\text{int}} = 0$$



Doppia distribuzione di carica negativa e positiva ??

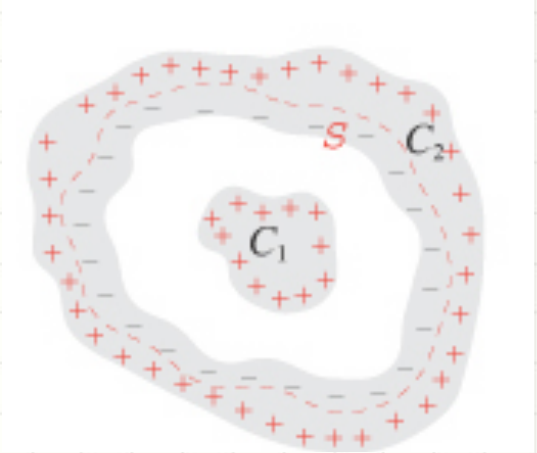
Linee di forza uscenti dalle cariche + entranti nelle -

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{C1} \vec{E}\cdot d\vec{l} + \int_{C2} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{C1} \vec{E}\cdot d\vec{l} \neq 0$$

MA E è conservativo!!

Conduttore cavo: schermo elettrostatico

Introduciamo nella cavità di un conduttore scarico C2 un conduttore C1 di carica +q. All'equilibrio:



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0 \quad \Rightarrow$$

Fenomeno di induzione:

-q carica indotta sulla superficie interna della cavità C_2

+q carica sulla superficie esterna del conduttore C_2

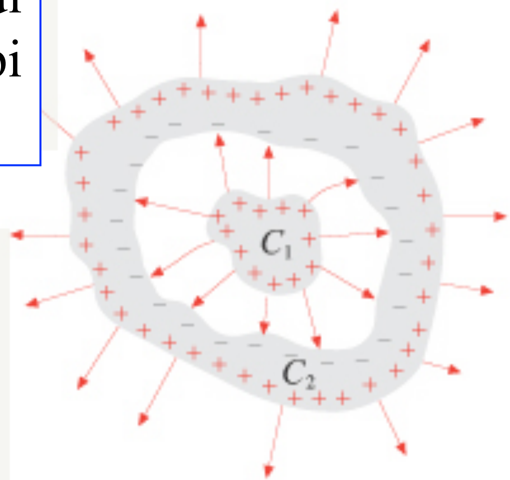
Induzione completa: tutte le linee di forza che partono da C_1, terminano su C_2.

Conduttore cavo: schermo elettrostatico

Il campo E **all'interno** della cavità:

dipende sia dalla forma delle due superfici affacciate, dalla posizione di C_1 e dal valore della carica introdotta.

Non dipende dalla variazione della distribuzione di carica sulla superficie esterna o dalla presenza di campi elettrici esterni



La distribuzione della carica sulla superficie **esterna:**

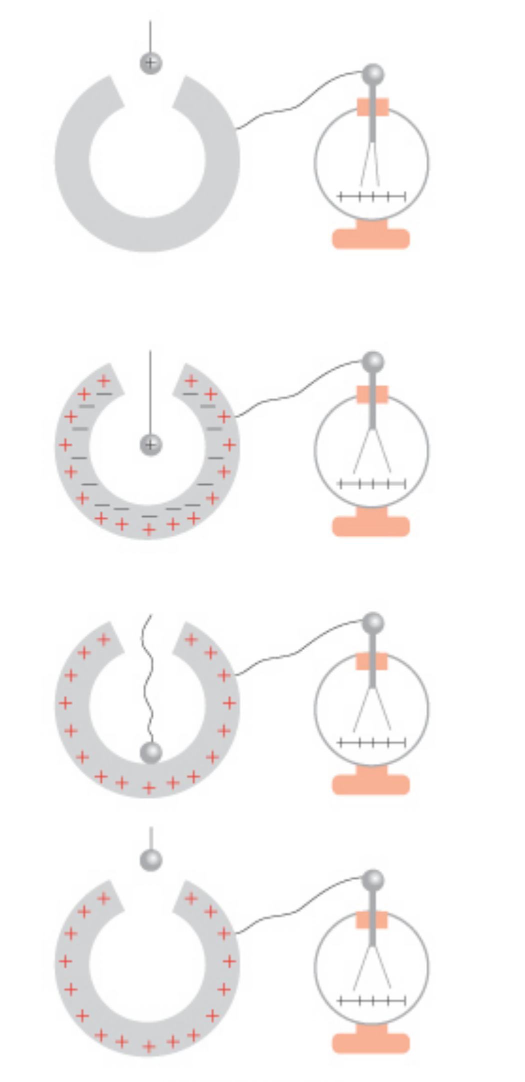
non dipende dalla posizione di q e dalla forma del conduttore C_1.

Dipende dalla forma della superficie esterna. Al limite se C_1 tocca la superficie interna: all'esterno non cambia nulla.

Conduttore cavo: schermo elettrostatico

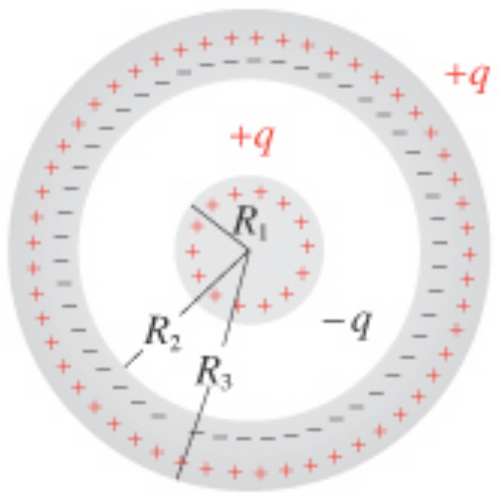
Conduttore cavo = schermo elettrostatico tra spazio esterno e spazio interno.

Lo spostamento di cariche entro la cavità non modifica il campo elettrico esterno, lo spostamento di cariche all'esterno non modifica il campo nella cavità.



Applicazione

Un conduttore sferico di raggio R_1 è al centro di un conduttore sferico cavo di raggio interno R_2 ed esterno R_3. Una carica q è depositata sul conduttore interno. Calcolare E e V in funzione di r.



$$r < R_1 \qquad \vec{\mathrm{E}} = 0$$

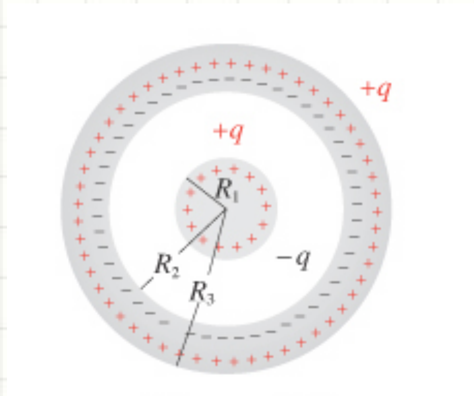
$$R_1 \le r \le R_2 \qquad \oint_S \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{\mathrm{S}} = \frac{\mathrm{q}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{q}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$$

$$R_2 \le r \le R_3 \qquad \vec{\mathrm{E}} = 0$$

$$r > R_3 \qquad \oint_S \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{\mathrm{S}} = \frac{\mathrm{q}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{q}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$$

Applicazione

Il potenziale:



$$r > R_3 \qquad \mathrm{V_A} - \mathrm{V_B} = \int_A^B \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{V_A} - \mathrm{V_B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right] \Rightarrow \boxed{\mathrm{V}(\mathrm{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}}$$

$$\boxed{\mathrm{r} = \mathrm{R}_3 \qquad \mathrm{V}(R_3) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3}}$$

$$\boxed{\mathrm{R}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{R}_3 \qquad \mathrm{V}_3 = \mathrm{cost} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3}}$$

Applicazione

$R_1 \le r \le R_2 \qquad V_A - V_B = \int_A^B \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right] \Leftrightarrow$

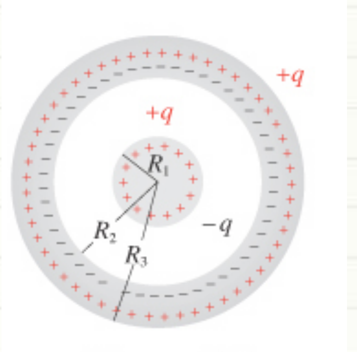
$$V(r) = V_B + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_B}\right]$$

$$V(R_2) = V_B + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_B}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3} \Rightarrow$$

$$V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_3} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_B}\right]$$

$$\boxed{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right]}$$

$$\boxed{r \le R_1 \quad V(R_1) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right]}$$



Capacità di un conduttore

Si abbia un conduttore isolato con una carica q:
La **carica** è distribuita sulla superficie di un conduttore carico isolato:

$$q = \oint \sigma(x', y', z') d\Sigma$$

Il **campo**, all'esterno del conduttore, varia a seconda della disposizione delle cariche (dipende dalla forma e dalle dimensioni del conduttore)

Il **potenziale** V dipenderà dalla forma e dalle dimensioni del conduttore.

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int \frac{\sigma}{r'} d\Sigma$$

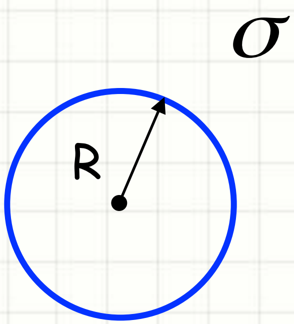
Se aumentiamo la carica q' =mq $\Rightarrow$ $\sigma' = m\sigma$

V' → mV

$$\boxed{\frac{q}{V} \text{ non cambia} \Rightarrow \frac{q}{V} = C}$$

Capacità del conduttore:
dipende dalla forma, dimensioni e mezzo che lo circonda.

Capacità conduttore sferico isolato



$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad r > R$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R} \qquad r = R$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R}$$

Nel S.I. la capacità si misura in Farad (F): 1F = 1C/1V

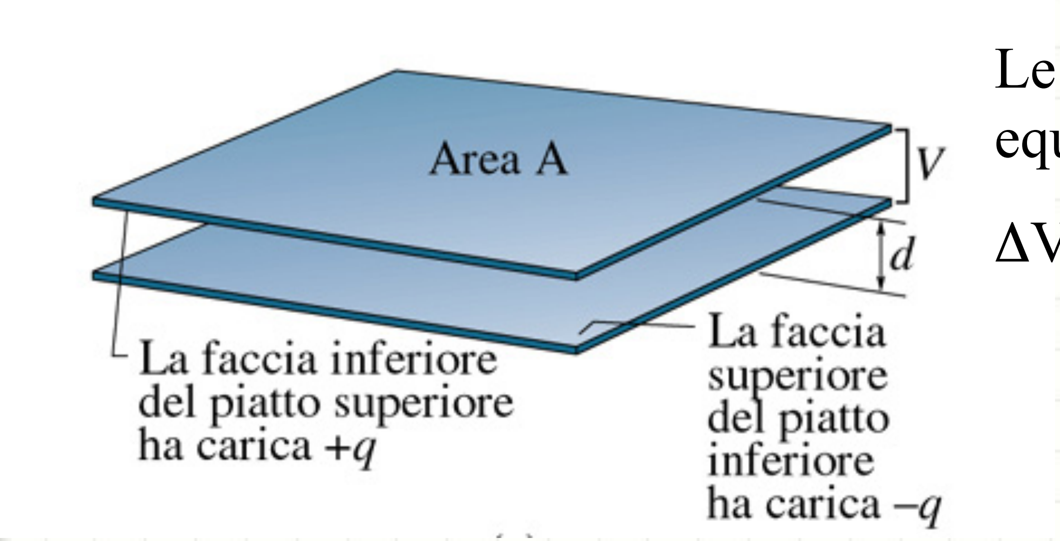
Per esempio: R=0.1 m → C = 11pF

1 sfera isolata di 1 F → R = 9 10^9m

Il Farad è un valore enorme per le capacità ordinarie. Si usano allora dei Sottomultipli: μF e nF

Condensatore

Un sistema costituito da **due conduttori isolati** (detti armature) tra i quali ci sia induzione completa, di forma arbitraria, è detto **condensatore**



Le superfici dei conduttori, sono equipotenziali

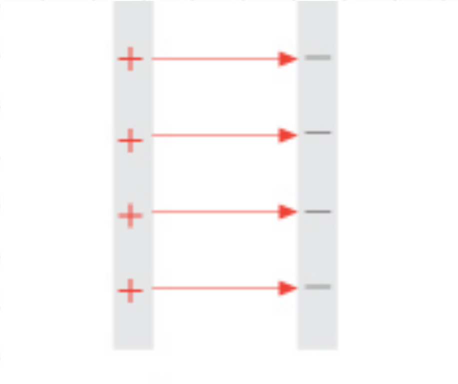
ΔV la differenza di potenziale

$$\boxed{C = \frac{q}{\Delta V}}$$

Dipende SOLO dalla geometria delle armature e dal mezzo interposto

Condensatore piano

Le armature sono costituite da due conduttori piani e paralleli di superficie S e distanti h, aventi carica q e –q.

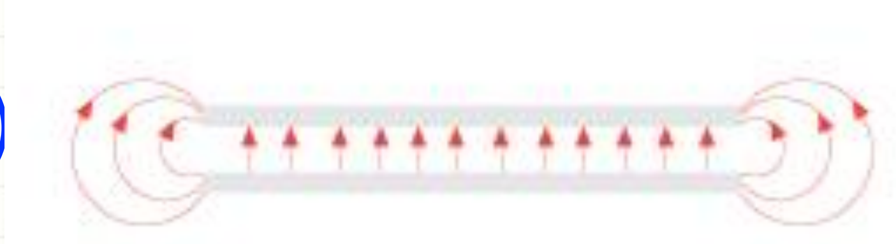


$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[x_B - x_A\right] = \frac{\sigma h}{\varepsilon_0}}$$

$$\Delta V = Eh \Leftrightarrow E = \frac{\Delta V}{h}$$

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{Eh} = \frac{\sigma S \varepsilon_0}{\sigma h} \Leftrightarrow C = \frac{S\varepsilon_0}{h}$$

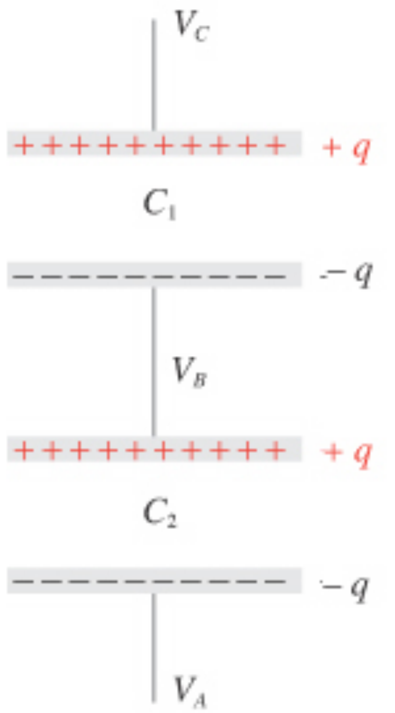


Collegamenti tra condensatori

In serie (3 conduttori):

Equivale a tre conduttori

$$\begin{cases} V_C - V_B = \dfrac{q}{C_1} \\ V_B - V_A = \dfrac{q}{C_2} \end{cases} \Rightarrow$$

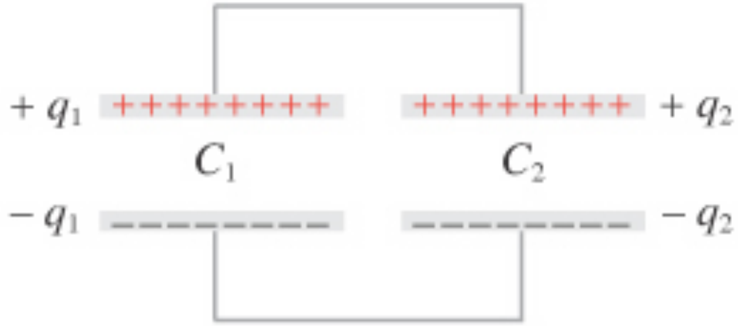


$$\boxed{V_C - V_A = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) q \Leftrightarrow \Delta V = \frac{q}{C_{\text{equiv}}}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{\text{equiv}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Collegamenti tra condensatori

In parallelo (2 conduttori):

$$\begin{cases} q_1 = C_1 V \\ q_2 = C_2 V \end{cases} \Rightarrow$$



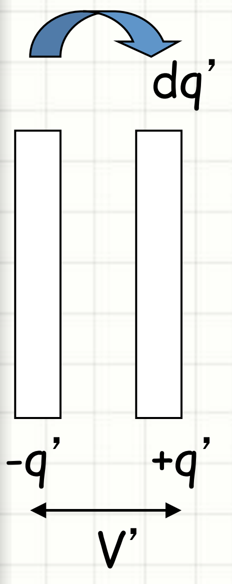
$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)V = C_{\text{equiv}} V \Rightarrow$$

$$\boxed{C_{\text{equiv}} = C_1 + C_2}$$

Processo di carica: energia del campo E

Nel processo di carica di C: la carica sulle armature passa da 0 a + e –q.

→ separazione di cariche → lavoro, che essendo conservativo, non dipende da come avviene il processo.



$$dW = V'dq' = \frac{q'}{C}dq' \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C}dq' = \frac{q^2}{2C}}$$

> Il lavoro effettuato contro la forza elettrostatica che si oppone all'accumulo di carica dello stesso segno viene immagazzinato sotto forma di energia elettrostatica nel C.

$$\boxed{W = U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2}$$

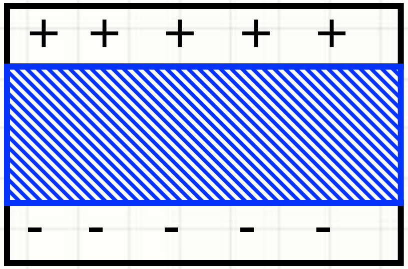
Dielettrici

Dielettrico: materiale non conduttore (gomma, vetro, carta paraffinata)

Al contrario dei conduttori anche in presenza di un campo elettrico esterno in essi non si genera un movimento di cariche.

Sperimentalmente si osserva che introducendo tra le armature di un condensatore un dielettrico:

il ΔV (e quindi il campo) **diminuisce**



Se lo spazio è completamente riempito:

$$\nabla V = \frac{\nabla V_0}{k}$$

$$E = \frac{\nabla V}{h} = \frac{\nabla V_0}{kh} = \frac{E_0}{k}$$

ε_0 cost. dielettrica del vuoto

ε_r cost. dielettrica del mezzo

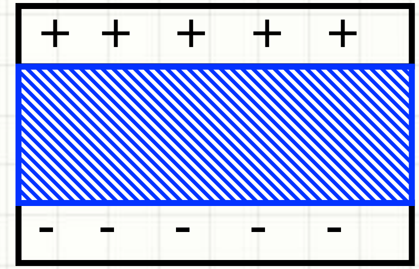
$k = \dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_r} > 1$ cost. dielettrica del relativa

Dipende dal materiale e non dalla carica o dalle dimensioni e forma delle armatura

Dielettrici

La capacità aumenta:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Qk}{\Delta V_0} = C_0 k$$



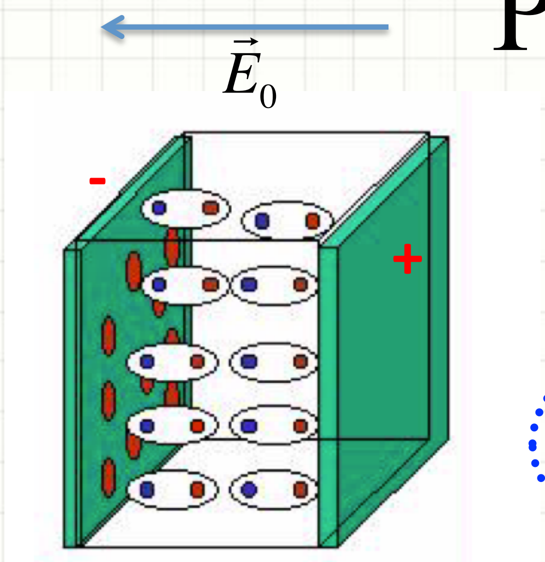
Qualunque sia la forma del condensatore

Non abbiamo spiegato il motivo fisico del perché la capacità aumenta con l'inserimento del dielettrico. La spiegazione può avvenire solo se si fa un modello fisico di quello che accade. La risposta la troveremo nel fenomeno della ***polarizzazione****.*

Costante dielettrica relativa

Sostanza	Costante dielettrica relativa κ
aria	1.00059
acqua	80
alcool etilico	28
olio per trasformatori	2.5
ambra	2.7
bachelite	4.9
carta	3.7
polietilene	2.3
polistirolo	2.6
porcellana	6.5
teflon	2.1
vetro	$4 \div 7$

Polarizzazione



$$E = \frac{E_0}{k} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\frac{1}{k} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(1 - \frac{k-1}{k}\right) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\frac{k-1}{k}\right) =$$

$$= \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$$

posto

$$\boxed{\sigma_p = \sigma_0 \frac{k-1}{k}}$$

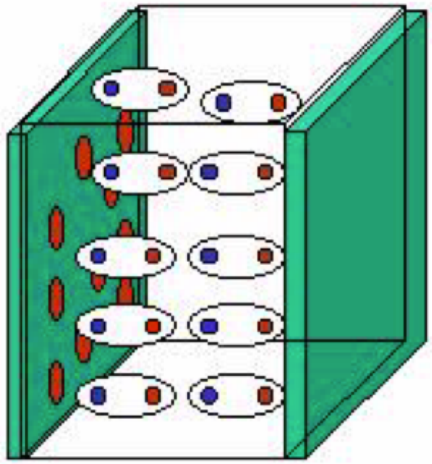
Il campo elettrico **all'interno del dielettrico** ha la stessa espressione di un campo nel vuoto sovrapposizione del campo prodotto da due distribuzioni di cariche:

- le cariche libere sulle armature
- distribuzione uniforme di carica di polarizzazione, che immaginiamo depositata sulle facce della lastra dielettrica, avente segno opposto a quello della carica libera sull'armatura contigua.

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p}$$

Polarizzazione

Il fenomeno può essere spiegato considerando la struttura microscopica dei dielettrici.



L'applicazione di un campo elettrico, in un **conduttore**, produce uno spostamento di cariche. Lo stesso campo applicato ad un **dielettrico** non produce alcun moto ma:

- Gli e^- risentono di una forza opposta al campo
- Le cariche+ risentono di una forza concorde al campo

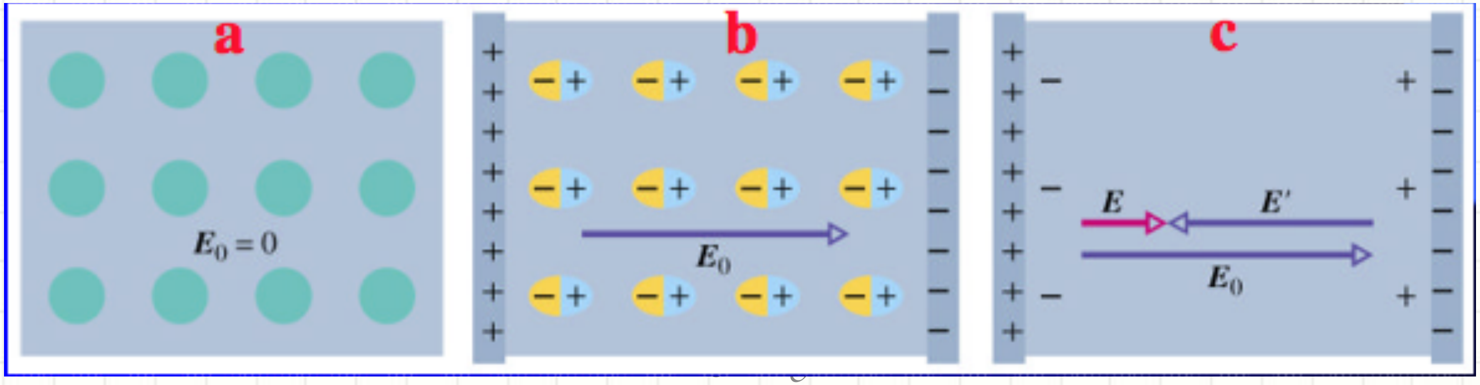
- Gli atomi o le molecole si deformano assumendo una configurazione di equilibrio come un dipolo (non potendosi le cariche muoversi liberamente) **(sostanze non polari).**
- p_a il momento di dipolo elettrico microscopico indotto è parallelo e concorde ad E **(sostanze polari)**

Sostanze non polari

(a) il centro di massa delle cariche positive coincide con il centro di massa di quelle negative

(b) gli effetti della polarizzazione si hanno solo se si applica un campo elettrico esterno: i centri delle distribuzioni di carica all'interno di ciascuna molecola si separano sufficientemente da creare i dipoli e quindi la polarizzazione del dielettrico.

(c) Il tutto può essere visto come l'accumularsi di una carica negativa sulla faccia della lastra vicina all'elettrodo positivo ed una carica, uguale in modulo, ma positiva sulla faccia opposta del dielettrico. Globalmente la lastra resta neutra, ma al suo interno si crea un campo E' minore del campo esterno E_0 ed in verso opposto ad esso, pertanto, l'effetto finale è di ottenere un campo E minore di quello di partenza E_0.



Sostanze non polari

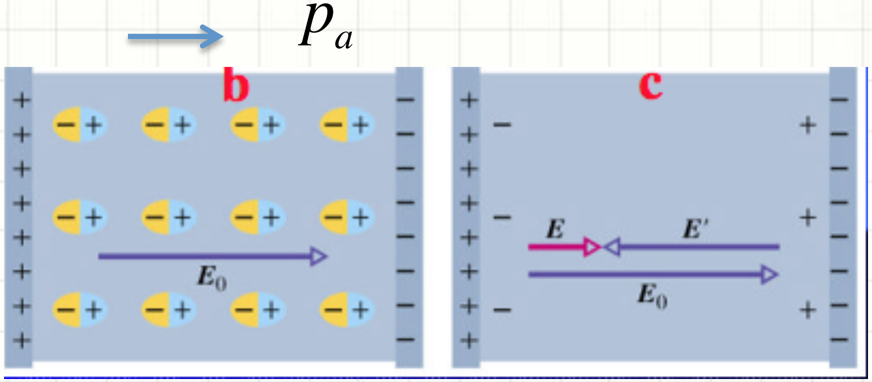
Un pezzo di dielettrico non polare posto in un campo elettrico esterno si **polarizza.**

Definiamo (se Z è il numero atomico):

il momento di dipolo elettrico $\vec{p}_a = Ze\vec{x}$ dove $\vec{x}$ vett, che va dal centro della carica negativa al nucleo

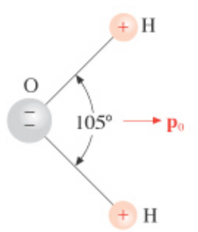
Polarizzazione elettronica $\Rightarrow$ L'atomo acquista un momento di dipolo elettronico microscopico indotto dal campo (a questo parallelo e concorde), per cui il dipolo tende a muoversi nella direzione in cui cresce il campo elettrico.

$\vec{p}_a$



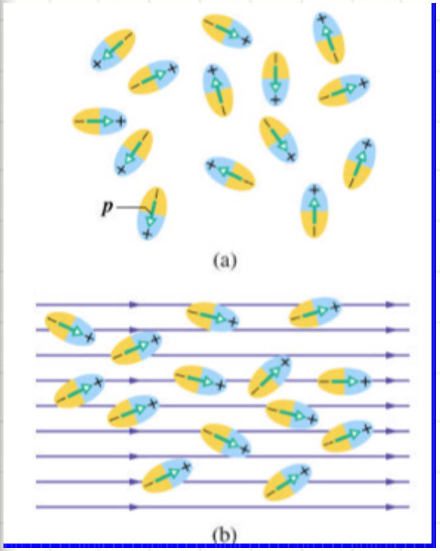
Sostanze polari

Sostanze polari: possiedono un momento di dipolo intrinseco (molecole poliatomiche, H_2O). In assenza di campo i dipoli sono orientati a caso. In presenza di **E** si orientano parallelamente ad esso, anche se l'allineamento non è mai completo a causa dell'agitazione termica.



L'**allineamento** cresce al crescere di **E** esterno e al diminuire della temperatura.

Polarizzazione per orientamento



Ogni molecola acquista un momento di dipolo elettrico medio parallelo e concorde al campo **E**: $<\vec{p}>$

n : numero di atomi o molecole per unità di volume

n ΔV numero di atomi o molecole contenute in ΔV

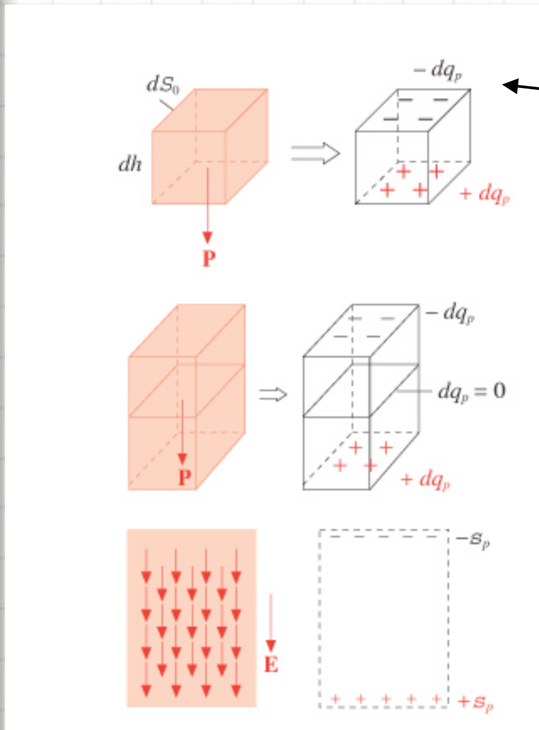
vett. di polarizzazione (momento di dipolo per unità di volume):

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{\Delta V} = \frac{N<\vec{p}>}{\Delta V} = n<\vec{p}>$$

Polarizzazione

Lastra piana dielettrica polarizzata uniformemente → **P** costante in tutti i punti della lastra. Suddividimamo la lastra in prismi di base dS e altezza dh (volume dSdh) →

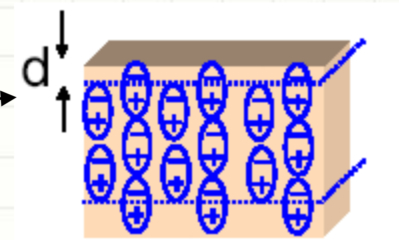
momento di dipolo → $d\vec{p} = \vec{P}dV = PdSd\vec{h}$



Ossia a $\pm dq_p = \pm P\, dS$ poste alla distanza dh distribuite con densità $\pm \sigma_p = \pm$ **P** sulle basi del prisma

Le cariche sulle basi comuni di due prismi adiacenti si annullano

Eccetto che sulla superficie limite del dielettrico dove è localizzata una carica (entro uno spessore pari alle dimensioni atomiche)

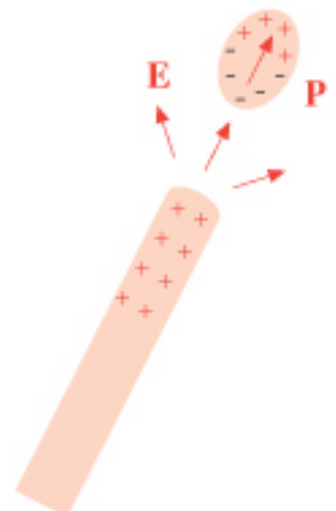


Polarizzazione

Qualunque sia la forma del dielettrico, la densità superficiale delle cariche di polarizzazione è uguale alla componente di **P** lungo la normale alla superficie.

$$\sigma_P = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

Se la polarizzazione è uniforme, non si hanno cariche all'interno ma solo superficiali (con carica totale nulla).



Se la polarizzazione non è uniforme, si hanno cariche di polarizzazione anche all'interno, ma la somma delle cariche di polarizzazione superficiali e di volume deve essere nulla.

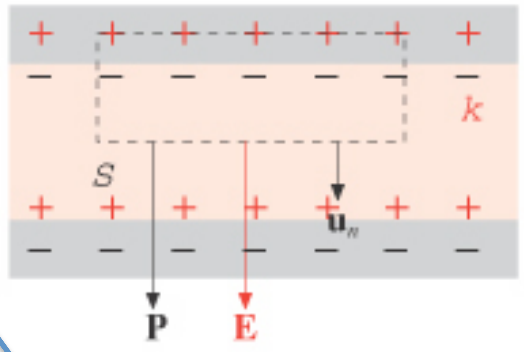
Dielettrici lineari:

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 (k-1)\vec{E}}$$

Vettore spostamento

Per calcolare il campo nel dielettrico applichiamo il teorema di Gauss:

$$\varepsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_C + q_p$$



$$\sigma_P = \vec{P} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad q_P = -PS$$

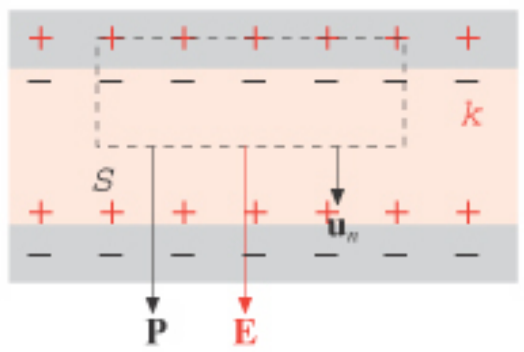
Essendo P = 0 nel condutore

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = PS$$

$$\Rightarrow \quad q_P = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

Vettore spostamento

$$\varepsilon_0 \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = q_C - \oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$



$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = q_C$$

Vettore induzione dielettrica (C/m²)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_C}$$

Legge di Gauss per l'induzione dielettrica: Nei dielettrici, le cariche libere sono le sorgenti del vettore induzione, mentre nel vuoto lo erano per il campo elettrico

Vettore induzione dielettrica

$$\left.\begin{array}{l}\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \\ \vec{P} = \varepsilon_0 (k-1)\vec{E}\end{array}\right\}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 (k-1)\vec{E} = \varepsilon_0 k \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$