

LA CORRENTE ELETTRICA E LA RESISTENZA





La conduzione elettrica

I materiali conduttori solidi sono costituiti da un reticolo spaziale a cui vertici si trovano gli ioni positivi ed al cui interno si muovono gli elettroni liberi.

Nei metalli, per es. nel RAME, il numero di elettroni per unità di volume (supponendo un elettrone libero per atomo, l'ordine di grandezza è lo stesso per tutti i conduttori metallici):

$$n = \frac{N_A \rho}{A} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 8.92 \cdot 10^6}{63.55} = 8.49 \cdot 10^{28} \text{ elettroni/m}^3$$

N_A : num di Avogadro (num. di molecole x mole)

A : num. di massa 63.55 (num. di g x mole)

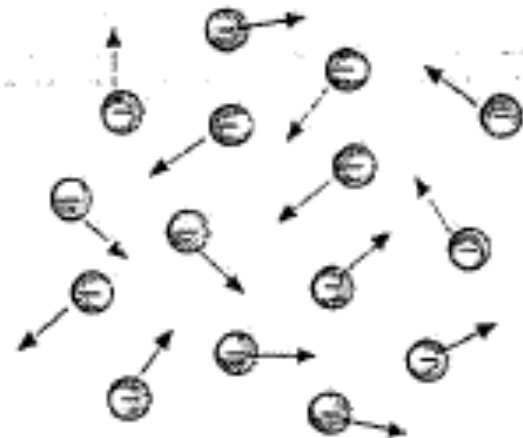
ρ : densità $8.92 \cdot 10^6$ (g/m^3)

La conduzione elettrica

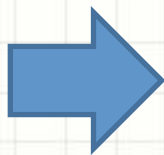
$$\tau = 10^{-18} m^3 = 1 \mu m^3$$

$$N = n\tau \cong 10^{29} 10^{-18} = 10^{11} \text{ elettroni}$$

Il moto degli e- liberi nel conduttore in equilibrio elettrostatico è disordinato:



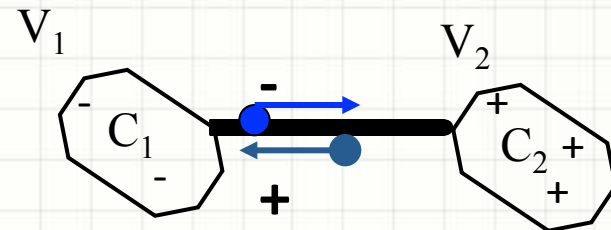
$$v_{dr} = 0$$



$$\vec{v}_m = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i = 0$$

La corrente elettrica

- Dati due **conduttori carichi isolati** tra loro C_1 e C_2 a potenziali V_1 e V_2 ($V_2 > V_1$). Se si mettono in contatto, tramite un conduttore:
- **Fase transitoria:** sotto l'azione del campo E (dovuto a ΔV) si ha un flusso di elettroni da V_1 a V_2 . Si raggiunge una situazione di equilibrio quando entrambi sono allo stesso V .

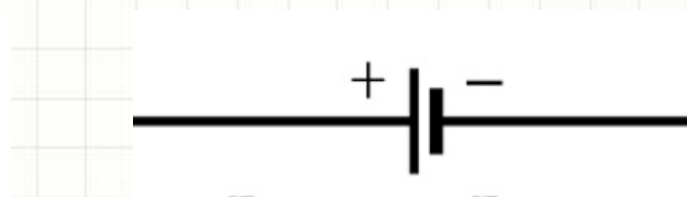
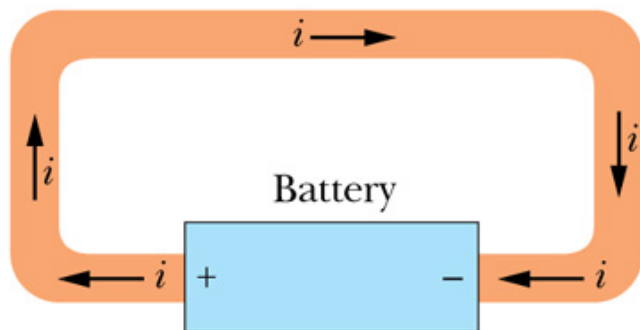


- La quantità totale di carica non cambia \rightarrow principio di conservazione della carica \rightarrow la carica si ridistribuisce in modo che il campo all'interno = 0.
- Moto ordinato di elettroni: **CORRENTE ELETTRICA.**
- **Dura per un tempo molto breve...**

Il generatore di corrente

Per mantenere la differenza di potenziale tra due punti del conduttore occorre un **generatore di forza elettromotrice f.e.m.**

- il generatore primo fu inventato nel 1800 da Alessandro Volta!!
- il suo funzionamento di basa sul principio che il lavoro necessario per mantenere il moto ordinato di cariche è ottenuto trasformando energia chimica in energia elettrica.

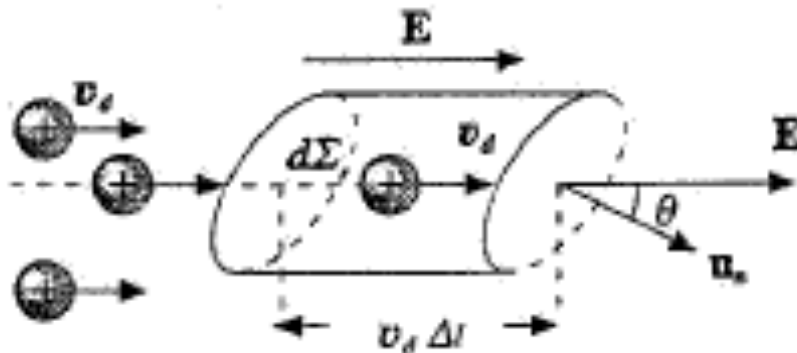


La corrente elettrica

Sia n il numero di portatori di carica per unità di volume in una certa regione di un conduttore in cui agisca un \mathbf{E}

I portatori saranno soggetti ad una forza elettrica, quindi si muoveranno con **velocità di deriva** $v_d \parallel \mathbf{E}$, che dà origine ad una corrente.

Corrente elettrica: è la quantità di carica che attraversa una data superficie Σ all'interno del conduttore nel tempo Δt :



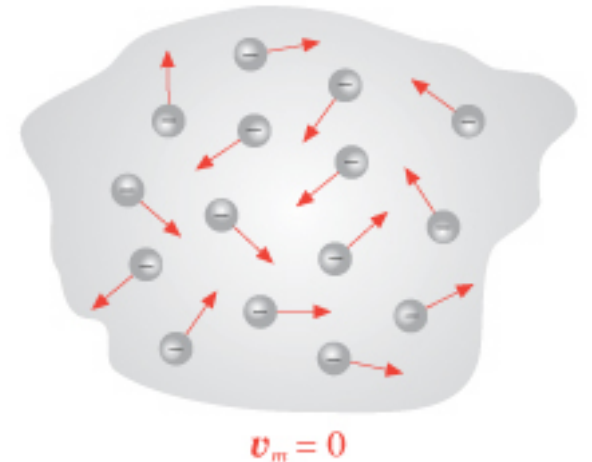
$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Modello Classico della conduzione elettrica



Analizziamo il moto dei portatori di carica in un metallo da un punto di vista microscopico, secondo il modello di **Drude-Lorentz** (1906):

- gli ioni sono fissi
- gli e^- si muovono attraverso il reticolo in modo disordinato
- nel loro moto gli e^- subiscono continue “interazioni o urti”



Nel rame o argento:

$$n \cong 10^{29} \text{ ele/m}^3$$

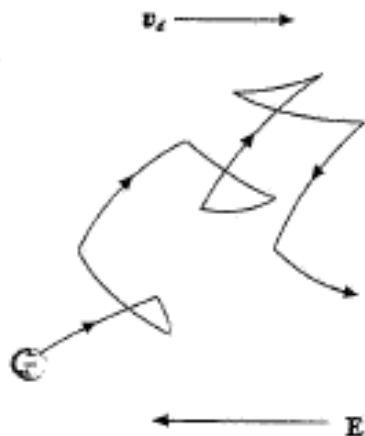
Moto disordinato con urti con gli ioni fissi



$$\vec{v}_m = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i = 0$$

τ tempo medio tra due urti l : libero cammino medio

Modello Classico della conduzione elettrica



In presenza di un $\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m} \vec{E}$

Alla distribuzione casuale ed isostropa della velocità si sovrappone una velocità di deriva: \vec{v}_d

Essendo questa piccola rispetto a quella propria degli e, il tempo t tra due urti non cambia:

$$\vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i - \frac{e}{m} \vec{E} \tau$$

↓ Prima $i+1$ urto ↓ Dopo i urto

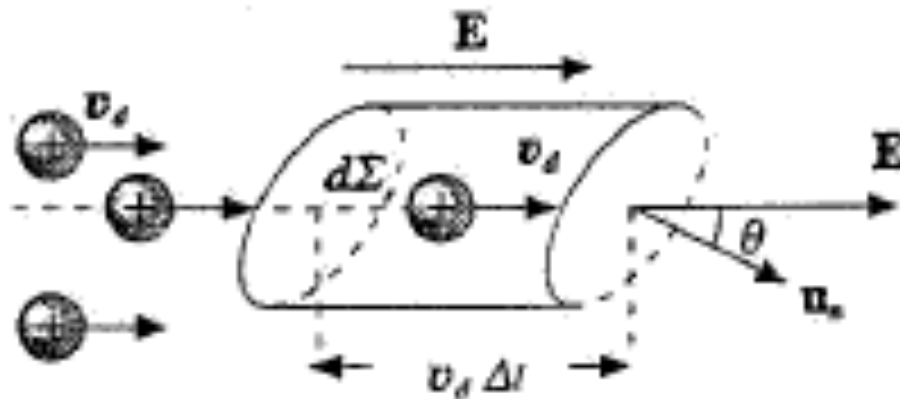
$$\langle \vec{v}_d \rangle = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_{i+1} = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i - \frac{e}{m} \vec{E} \tau = -\frac{e}{m} \vec{E} \tau \Rightarrow \boxed{\vec{v}_d = -\frac{e}{m} \tau \vec{E}}$$

Su N urti

Dopo ogni urto la distribuzione della velocità è casuale

La corrente elettrica

- Consideriamo una superficie infinitesima $d\Sigma$, la cui normale formi un angolo θ con il campo E .
- Nel tempo Δt le cariche percorrono una distanza $v_d \Delta t$
- la carica che attraversa $d\Sigma$ in Δt è quella contenuta nel volume :



$$dV = v_d \Delta t d\Sigma \cos \theta$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$



$$dq = n_+ e dV = n_+ e v_d \Delta t d\Sigma \cos \theta$$

$$di = n_+ e v_d d\Sigma \cos \theta$$

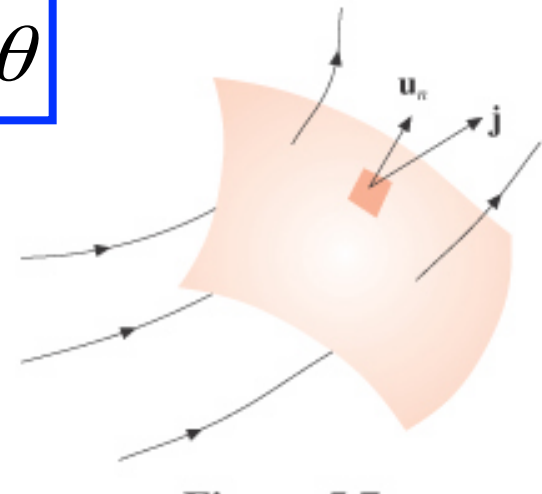
La densità di corrente

L'intensità di corrente:

$$di = n_+ e v_d d\Sigma \cos \theta$$

Definiamo il vettore **densità di corrente**:

$$\vec{J} = n_+ e \vec{v}_d$$



$$\rightarrow di = j d\Sigma \cos \theta = \vec{j} \cdot \vec{n} d\Sigma$$

Attraverso una superficie finita Σ



$$i = \int_{\Sigma} \vec{j} \cdot \vec{n} d\Sigma = \Phi_{\Sigma}(\vec{j})$$

- **L' intensità corrente** è pari al flusso del **vettore densità di corrente** attraverso la superficie Σ

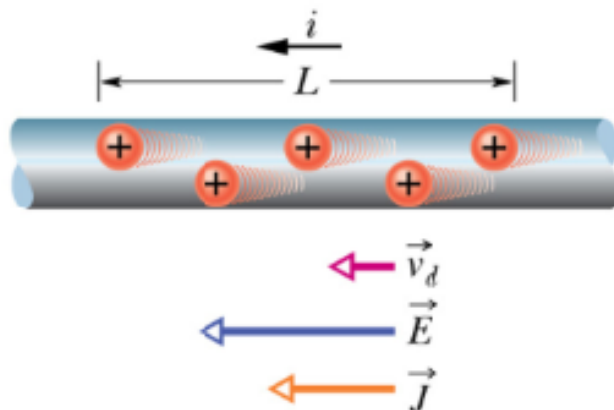
La densità di corrente

Se S è ortogonale a J

$$i = j\Sigma$$

$$j = \frac{i}{\Sigma}$$

➤ **La densità di corrente:** è la corrente che attraversa l'unità di superficie perpendicolare alla direzione del moto delle cariche.



$$\vec{J} = n_+ e \vec{v}_d$$

La densità di corrente

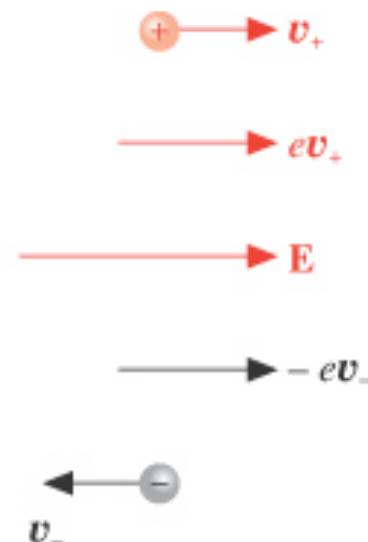
- Nei **conduttori metallici** la corrente è legata agli elettroni liberi (negativi)

$$\vec{J} = -en_- \vec{v}_-$$

(**J** ha sempre verso concorde ad **E**)

- **Nei fluidi ionizzati o nei semiconduttori** la corrente è dovuta sia ai portatori + che -:

$$\vec{J} = -en_- \vec{v}_- + en_+ \vec{v}_+$$



- Su scala macroscopica non è possibile correlare il verso della corrente con il segno dei portatori di carica: ossia dato un campo gli stessi effetti si hanno se i portatori sono positivi o negativi.
- Si assume come **verso di percorrenza** quello **delle cariche positive**



Unità di misura per la CORRENTE

Nel S.I. l'unità di misura della **corrente elettrica** è **l'ampere: A** (unità di misura fondamentale).

Si ha l'intensità di corrente di 1 A quando, attraverso una data superficie, passa la carica di 1 C in 1 s.

Sottomultipli:

1mA 10^{-3} A

1 μ A = 10^{-6} A

1 nA = 10^{-9} A

Multipli:

1kA = 10^3 A

1MA = 10^6 A

$$A = \frac{C}{s}$$

La **densità di corrente** si misura in A/m^2

Curiosità:

Calcoliamo la velocità di deriva per un conduttore cilindrico di rame di raggio $r = 0.5 \text{ cm}$ attraversato da una corrente 1 A uniformemente distribuita sulla sua sezione.

$$j = \frac{i}{\Sigma} = \frac{i}{\pi r^2} = 1.27 \text{ A} / \text{cm}^2$$

$$n = 8.46 \cdot 10^{28} \text{ ele} / \text{m}^3 = 8.46 \cdot 10^{22} \text{ ele} / \text{cm}^3$$

$$|v_d| = \frac{J}{ne} = \frac{1.27}{8.46 \cdot 10^{22} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 9.4 \cdot 10^{-5} \text{ cm} / \text{s}$$

Confrontiamo questa velocità media con la velocità quadratica media di agitazione termica (assumendo che il gas elettronico si comporti come un gas perfetto)

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{kt}{m_e}} = 8.16 \cdot 10^6 \text{ m} / \text{s}$$

La corrente stazionaria

Consideriamo una regione di spazio di volume τ delimitato dalla superficie chiusa, Σ . La carica totale che passa nell'unità di tempo attraverso:

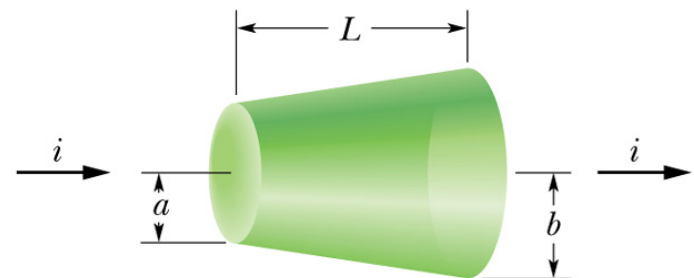
$$i = \oint \vec{j} \cdot \vec{n} d\Sigma$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{j} \cdot \vec{n} d\Sigma > 0 \text{ } q_+ \text{ che esce o } q_- \text{ che entra} \\ \vec{j} \cdot \vec{n} d\Sigma < 0 \text{ } q_+ \text{ che entra o } q_- \text{ che esce} \end{array} \right.$$

Per il principio di conservazione della carica:

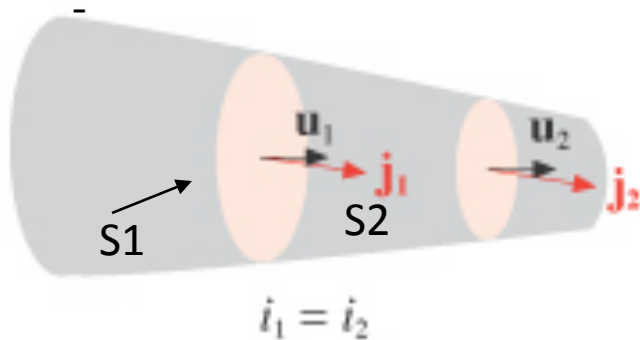
$$i = \oint_{\Sigma} \vec{j} \cdot \vec{n} d\Sigma = - \frac{\partial q_{\text{int}}}{\partial t}$$

Se l'integrale è positivo la carica all'interno diminuisce e quindi derivata negativa G. Pugliese



La corrente stazionaria

Conduttore percorso dalla densità di corrente \mathbf{J} ,



$$i_1 = \int_{S1} \vec{j}_1 \cdot \vec{n}_1 dS$$

$$i_2 = \int_{S2} \vec{j}_2 \cdot \vec{n}_2 dS$$



$$I_1 = I_2$$

In condizioni stazionarie l'intensità di corrente è la stessa attraverso ogni sezione del conduttore. Se il conduttore ha sezione variabile \rightarrow la **densità di corrente** sarà maggiore dove la sezione è minore.

Legge di Ohm della conduzione elettrica



- **Legge di Ohm della conduttività elettrica:** sperimentalmente si osserva che, in regime stazionario, in un conduttore sottoposto ad una differenza di potenziale:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Dove σ : **conduttività elettrica** (caratteristica del mezzo)



$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

- ρ è la **resistività del mezzo**: $\rho = \frac{1}{\sigma}$
- I conduttori che soddisfano la legge di ohm sono detti **conduttori Ohmici!**

Modello Classico (Legge di Ohm)



$$\vec{J} = -en_e \vec{v}_d$$

$$\vec{v}_d = -\frac{e}{m} \tau \vec{E}$$

$$\vec{J} = -en_e \vec{v}_d = \frac{ne^2}{m} \tau \vec{E} = \sigma \vec{E}$$
$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \tau$$

- σ è la **conduttività del mezzo** (dipende dalla natura del conduttore).

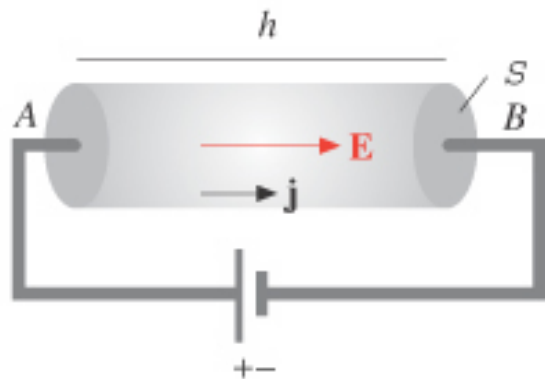
- $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

- $\sigma \propto e^2 \Rightarrow \vec{J} \parallel \vec{E}$

- **Legge di ohm della conduzione elettrica**

Conduttori metallici

Conduttore metallico cilindrico percorso da una corrente in **regime stazionario**



$V = V_a - V_b = \text{d.d.p. ai capi del conduttore}$

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

$$i = J S = (E/\rho) S \rightarrow E = (\rho/S) i$$

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = Eh$$

$$V = \frac{\rho}{S} ih$$

$$V = Ri$$

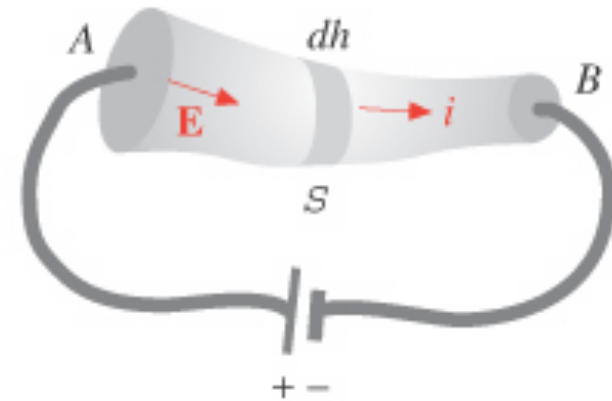
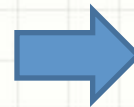
R = resistenza del conduttore

Legge di ohm per conduttori metallici



Se la sezione del conduttore è variabile:

$$-dV = \vec{E} \cdot d\vec{s} = \rho \frac{dh}{S} i$$



$$E = (\rho/S) i$$

Integrando su tutto il conduttore:

$$-\nabla V = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ri$$

$$V_A - V_B = Ri$$

(i è la stessa in ogni sezione del conduttore, essendo la corrente stazionaria)

POSTO:

$$R = \int_A^B \rho \frac{dh}{S}$$

Legge di ohm per conduttori metallici



Legge di Ohm per i conduttori metallici: in regime stazionario il rapporto tra la d.d.p applicata ai capi di un conduttore metallico e l'intensità di corrente è pari alla **resistenza del conduttore**, che dipende solamente dalla natura del conduttore e dalle sue dimensioni.

$$V = R I$$

$$R = \frac{\rho h}{S}$$

Unità di misura:

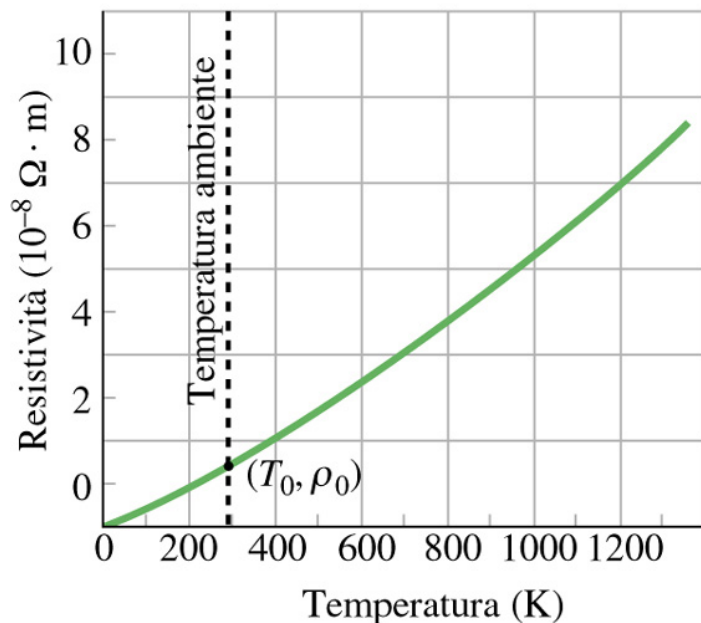
1. La resistenza: $[R] = (\text{ohm}) \Omega = V/A$

2. Le resistività: $\rho = \frac{RS}{h} = \left[\frac{\Omega m^2}{m} = \Omega m \right]$

Resistenza e Temperatura

La **resistività** (e quindi la resistenza) di conduttori, semiconduttori e isolanti dipende dalla temperatura:

- La resistività di un **conduttore metallico** è piccola e generalmente cresce linearmente con la temperatura. La resistività, nelle tabelle, è riportata a 20 °C, può essere quindi convertita ad altre temperature con una semplice espressione.



$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha\Delta t)$$

$$\text{dove } \Delta t = t - 20^\circ C$$

α : coefficiente termico

$$\alpha = \frac{1}{\rho_{20}} \frac{\Delta\rho}{\Delta t}$$

Resistenza e Temperatura

Tabella 6.1 Resistività e coefficienti termici della resistività

Materiale	Resistività ($\Omega \cdot m$)	Coefficiente termico ($^{\circ}C^{-1}$)
argento	$1.59 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$
rame	$1.67 \cdot 10^{-8}$	$6.8 \cdot 10^{-3}$
oro	$2.35 \cdot 10^{-8}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$
alluminio	$2.65 \cdot 10^{-8}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$
tungsteno	$5.65 \cdot 10^{-8}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
zinco	$5.92 \cdot 10^{-8}$	$4.2 \cdot 10^{-3}$
nichel	$6.84 \cdot 10^{-8}$	$6.9 \cdot 10^{-3}$
ferro	$9.71 \cdot 10^{-8}$	$6.5 \cdot 10^{-3}$
platino	$10.6 \cdot 10^{-8}$	$3.9 \cdot 10^{-3}$
stagno	$11.0 \cdot 10^{-8}$	$4.7 \cdot 10^{-3}$
niobio	$12.5 \cdot 10^{-8}$	
piombo	$20.7 \cdot 10^{-8}$	$3.4 \cdot 10^{-3}$
mercurio	$98.4 \cdot 10^{-8}$	
carbonio (grafite)	$1.38 \cdot 10^{-5}$	$- 0.5 \cdot 10^{-3}$
germanio	0.46	$- 48 \cdot 10^{-3}$
silicio	$2.30 \cdot 10^3$	$- 75 \cdot 10^{-3}$
acqua	$2 \cdot 10^5$	
vetro	$10^{10} \div 10^{14}$	
zolfo	$2 \cdot 10^{15}$	
quarzo fuso	$10^{16} \div 10^{17}$	

Conduttori

**Semi -
conduttori**

isolanti

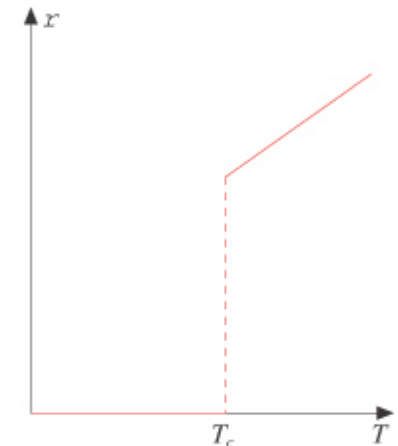
Resistenza e Temperatura

- La grande resistività dei **semiconduttori** decresce per riscaldamento.
- In alcuni metalli (x es. il mercurio) la resistività **decresce** fortemente in vicinanza dello zero assoluto, saltando ad un valore approssimativamente nullo, al di sotto di una temperatura detta critica, T_c : si è in condizioni di **superconduttività**. Più recentemente questo fenomeno è stato osservato anche con alcune ceramiche a temperature più elevate (100 K) (**superconduttività ad alta temperatura**).

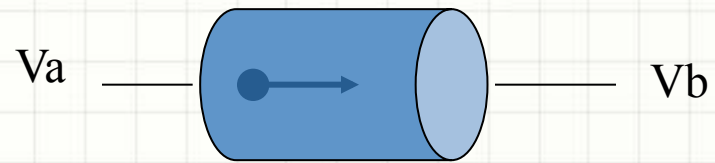
Tabella 6.2 Temperatura critica di alcuni superconduttori

Materiale	T_c (K)	Materiale	T_c (K)
Nb ₃ Ge	23.2	stagno	3.72
Nb ₃ Sn	18.1	alluminio	1.18
niobio	9.25	zinco	0.88
piombo	7.23	cadmio	0.52
mercurio	4.15	iridio	0.14

R molto piccole → correnti I
alte a parità di V..



Effetto Joule



Per spostare la carica dq da A e B, viene compiuto il lavoro:

$$dW = \Delta V dq = \Delta V i dt \quad \rightarrow$$

La **potenza spesa** dal campo per far circolare la corrente $i \rightarrow$

$$P = dW / dt = \Delta V i$$

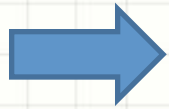
Se vale la legge di ohm:

$$P = RI^2 = \Delta V^2 / R$$

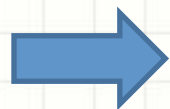
- A causa degli urti gli elettroni cedono l'energia acquistata al conduttore, dando luogo ad un aumento di temperatura.
- L'effetto di riscaldamento di un conduttore percorso da corrente si chiama **effetto Joule**

Effetto Joule

Il **lavoro compiuto** per far passare una corrente i attraverso un conduttore metallico per un tempo t :


$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t Ri^2 dt$$

Se i è costante:

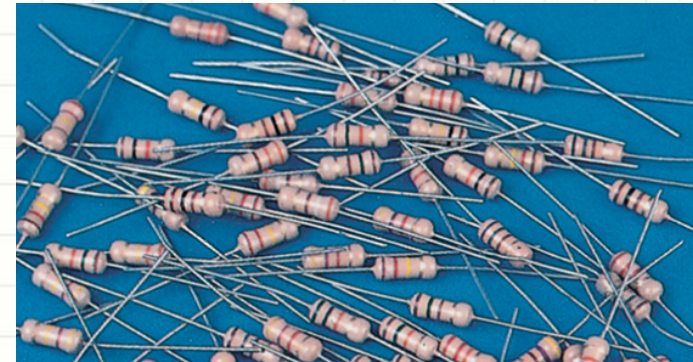


$$W = Ri^2 t$$

I superconduttori hanno una resistività molto bassa, quasi nulla. Hanno il grosso vantaggio che non occorre spendere questa potenza per mantenere la corrente (ma bisogna mantenere i cavi a bassissime temperature!!)

Circuiti elettrici

Nei circuiti elettrici vengono impiegati i **resistori**, ossia, conduttori ohmici caratterizzati da un determinato valore della resistenza e dal valore massimo della potenza che può essere dissipata.

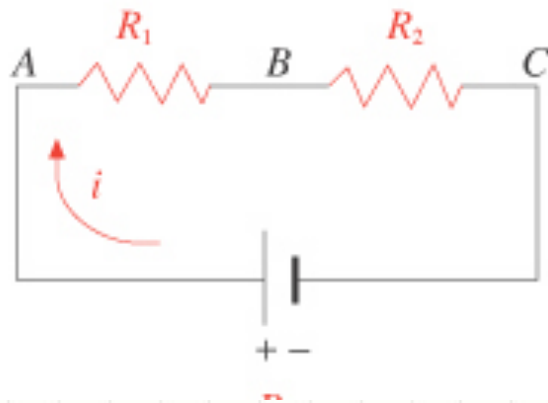


Più resistori possono essere collegati insieme:

1. **In serie**
2. **In parallelo**



Collegamenti R in serie



In regime stazionario la i è la stessa:

Legge di ohm:

$$V_A - V_B = R_1 i$$

$$V_B - V_C = R_2 i$$

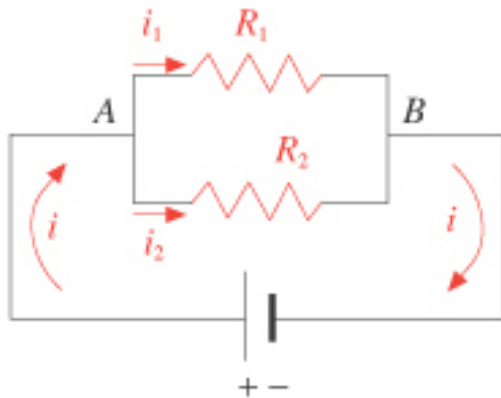
$$V_A - V_C = (R_1 + R_2) i = R_{equi} i$$

$$R_{equi} = (R_1 + R_2)$$

La potenza totale spesa:

$$P = (V_A - V_C) i = R_{eq} i^2 = P_1 + P_2$$

Collegamenti R in parallelo



Le due R hanno la stessa d.d.p.

Poiché la corrente è stazionaria:

$$i = i_1 + i_2$$

$$i = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\Delta V}{R_{equi}}$$

$$\frac{1}{R_{equi}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

La potenza totale spesa:

$$\begin{aligned} P &= R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 = R_1 \frac{V^2}{R_1^2} + R_2 \frac{V^2}{R_2^2} = \\ &= V^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V^2}{R_{eq}} = R_{eq} i^2 \end{aligned}$$

Lavoro in elettrostatica

campo elettrostatico

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

campo elettromotore

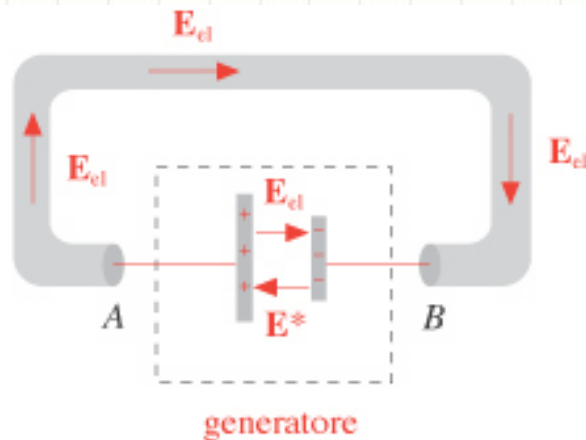
$$W = \oint q_0 \vec{E}(P) \cdot d\vec{l}$$



$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Forza elettromotrice

Forza Elettromotrice



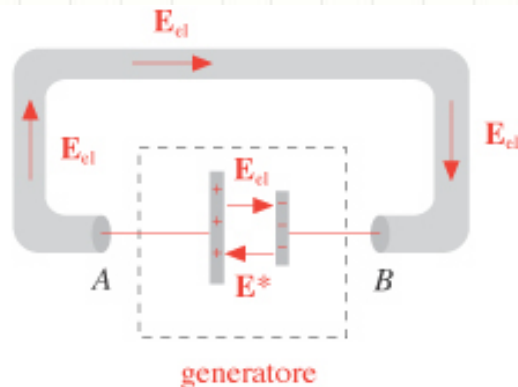
Circuito chiuso

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ri \quad \rightarrow$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = R_T i$$

- per avere corrente che circoli nel circuito serve una **f.e.m.**
- un **Campo E** la cui circuitazione non sia nulla
- forze di natura quindi **non elettrostatica** (NON conservative)
- il **dispositivo** che genera questa f.e.m, può sfruttare azioni meccaniche o reazioni chimiche o qualunque altro meccanismo.

Forza Elettromotrice



- il campo elettrostatico \vec{E}_{el} è sempre diretto da $A \rightarrow B$ sia nel conduttore che nel generatore.
- la sua circuitazione $= 0$

$$\oint \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} = \int_A^B (\vec{E}_{el} \cdot d\vec{s})_{ext} + \int_B^A (\vec{E}_{el} \cdot d\vec{s})_{int} = 0$$

- nel generatore deve esserci un campo \vec{E}^* non elettrostatico (**campo elettromotore**) che faccia muovere le cariche.

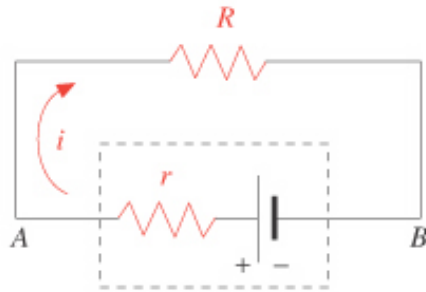
$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} + \int_B^A (\vec{E}_{el} + \vec{E}^*) \cdot d\vec{s} = \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{s}$$

- Il campo \vec{E} è: **non conservativo** e la f.e.m coincide con la tensione del campo elettromotore calcolata lungo la linea interna che va da B ad A

Forza Elettromotrice




La corrente che attraversa il conduttore esternamente circola anche nel generatore da B ad A. Definiamo **la resistenza interna dal generatore**:



$$\int_B^A (\vec{E}_{el} + \vec{E}^*) \cdot d\vec{s} = ri$$

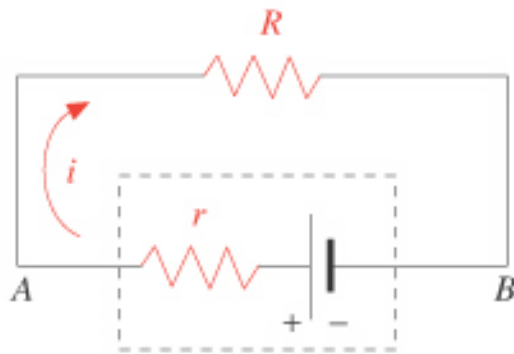


$$\mathcal{E} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} + \int_B^A (\vec{E}_{el} + \vec{E}^*) \cdot d\vec{s} = Ri + ri$$


$$i = \frac{\mathcal{E}}{(r+R)}$$

- La corrente che circola nel circuito è data dal rapporto tra la f.e.m fornita dal generatore e la resistenza totale.

Forza Elettromotrice



$$\mathcal{E} = Ri + ri$$

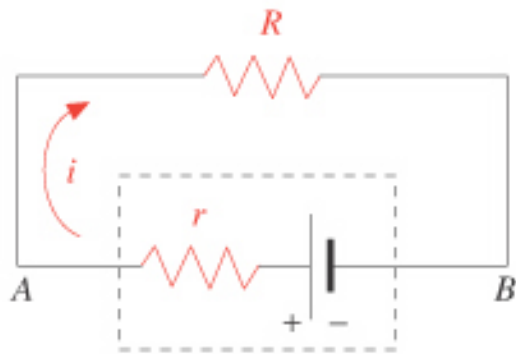
$$V_A - V_B = Ri = \mathcal{E} - ri$$

➤ *la differenza ai capi A e B della resistenza è sempre inferiore alla forza elettromotrice fornita dal generatore (si dice che vi è una caduta di potenziale o di tensione ai capi della resistenza). La eguaglia solo nel caso in cui il circuito è aperto ($\mathbf{i} = \mathbf{0}$):*

$$V_A - V_B = \mathcal{E}$$

➤ *A circuito aperto, ossia $i = 0$ la f.e.m. è pari alla d.d.p. misurata ai capi del generatore.*

Forza Elettromotrice



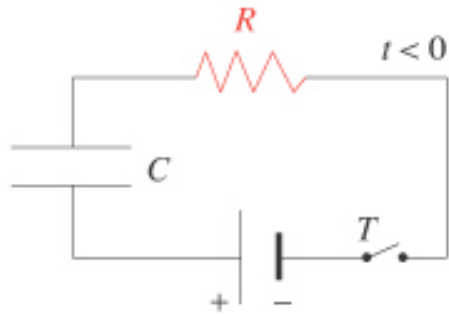
$$\mathcal{E} = Ri + ri$$

$$\mathcal{E}idt = Ri^2 dt + ri^2 dt$$

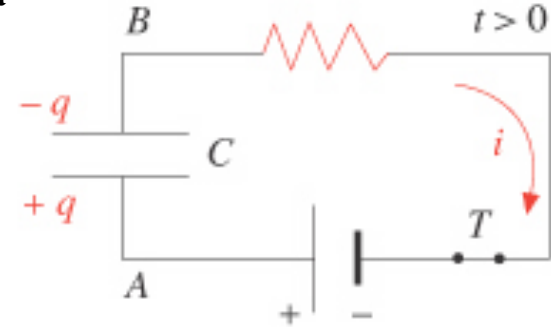
$$\mathcal{E}i = Ri^2 + ri^2$$

➤ *il lavoro o la potenza fornito dal generatore viene dissipato nelle resistenze del circuito*

Carica del Condensatore: circuito RC



il condensatore si carica



$$\varepsilon = V_R + V_C = Ri(t) + \frac{q(t)}{C}$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$\varepsilon - \frac{q(t)}{C} = R \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \frac{dq(t)}{q - C\varepsilon} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\int_0^q \frac{dq(t)}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow$$

$$q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$$

Carica del Condensatore: circuito RC



$$q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$$

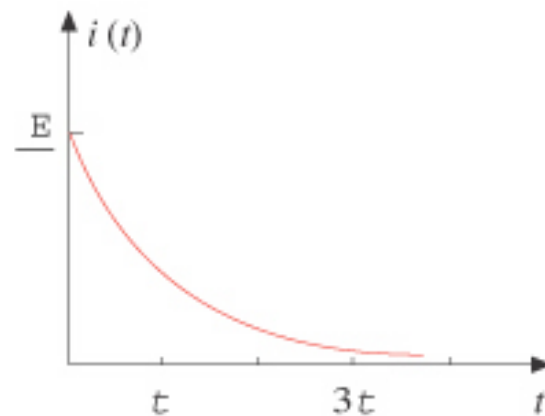
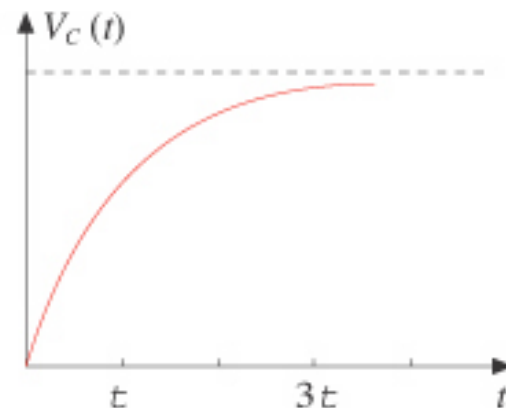
$$V_C = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(1 - e^{-t/RC})$$

$\tau = RC$ costante di tempo

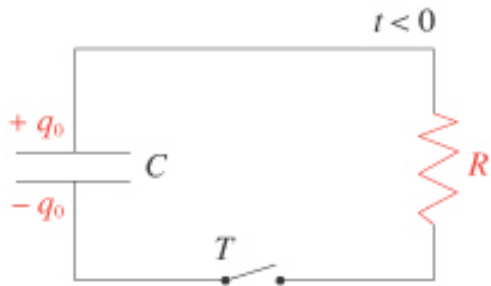
$$RC = \Omega F = \frac{V C}{A V} = \frac{C}{A} = s$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

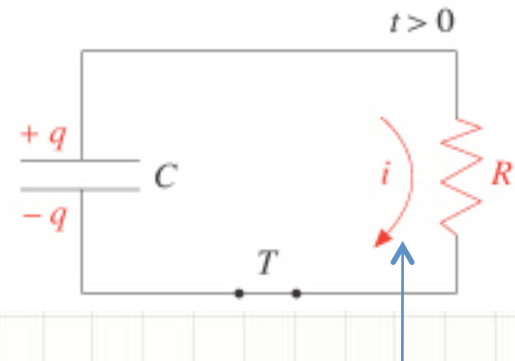
$$V_R = iR = \varepsilon e^{-t/RC}$$



Scarica del Condensatore: circuito RC



Viene chiuso il circuito



$$V_C = \frac{q_0}{C}$$

$$i = -\frac{dq(t)}{dt} \quad (\text{la carica diminuisce nel tempo})$$

$$V_C = V_R \Leftrightarrow \frac{q}{C} = Ri \Leftrightarrow \frac{q}{CR} = -\frac{dq}{dt}$$

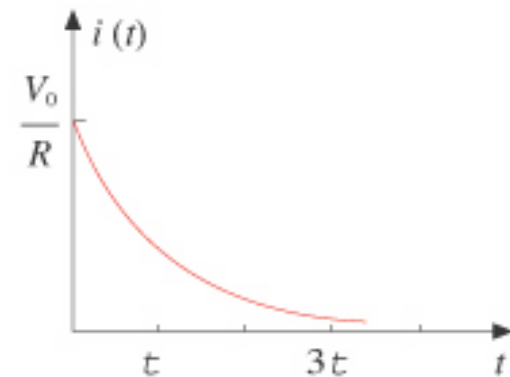
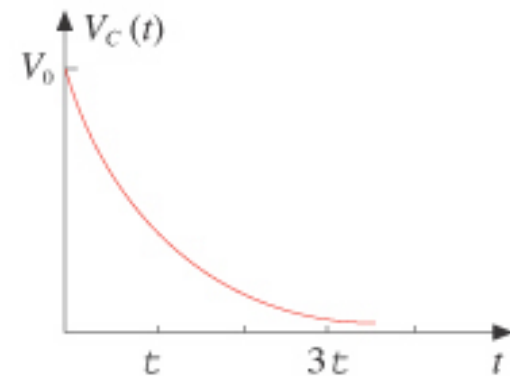
$$\int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{CR}$$

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

Scarica del Condensatore: circuito RC

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

$$V_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$$



$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} = \frac{V_C}{R}$$

Processo di carica

la potenza istantanea erogata dal generatore:

$$P_{gen} = \varepsilon i = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-t/RC}$$

Quella spesa nel resistore

$$P_R = Ri^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-2t/RC}$$

La potenza di carica del condensatore

$$P_C = V_C i = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-t/RC} - \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-2t/RC} = P_{gen} - P_R$$

➔ La potenza erogata dal generatore viene in parte dissipata sulla resistenza ed in parte consumata per aumentare l'energia elettrostatica del condensatore.

Processo di carica: conservazione energia



Il lavoro fornito dal generatore, quello consumato nella resistenza e l'energia elettrostatica del condensatore:

$$W_{gen} = \int_0^{\infty} P_{gen} dt = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-t/RC} dt = C\varepsilon^2$$

$$W_R = \int_0^{\infty} P_R dt = \frac{1}{2} C\varepsilon^2$$

$$\Delta U_e = \int_0^{\infty} P_C dt = \frac{1}{2} C\varepsilon^2$$

Processo di scarica: conservazione energia



Nel processo di scarica viene dissipata energia, pari all'energia elettrostatica iniziale del condensatore:

$$W_R = \int_0^{\infty} P_R dt = \frac{\varepsilon^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} C \varepsilon^2 = \frac{q_0^2}{2C}$$