

# FORZA MAGNETICA E CAMPO MAGNETICO



# Introduzione al campo Magnetico



Magn  
a ferro



Tra gli antichi greci, sin dal VII sec. a.C., era nota la proprietà della **magnetite**  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  (il cui nome derivò dalla città greca di Magnesia in Asia minore) di attirare a se materiali ferrosi o altre sostanze dette “magnetiche”.

Il fenomeno viene detto **magnetismo** dal nome di questo minerale.

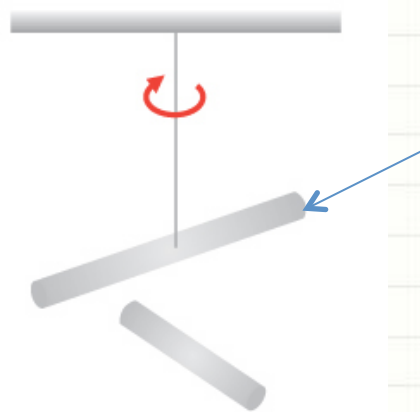
Nel V sec. a.C. Socrate cita la caratteristica della magnetite di trasferire al ferro le sue proprietà di attrazione. La bacchetta “magnetizzata” costituisce un magnete artificiale.

Si definiscono i **poli del magnete come** quelle parti in cui la proprietà si manifesta maggiormente.



(6)

# Introduzione al campo Magnetico

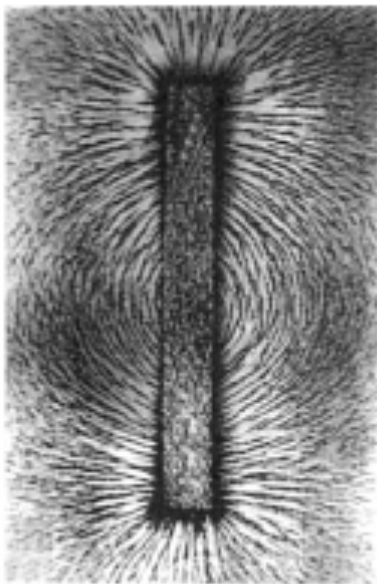


Nel XVI sec. Gilbert (così come aveva fatto per l'elettrostatica), scopre che:

1. utilizzando un magnete sospeso ad un filo, al quale viene avvicinato un secondo magnete vede che questo esercita una **forza su di esso**.

## QUINDI:

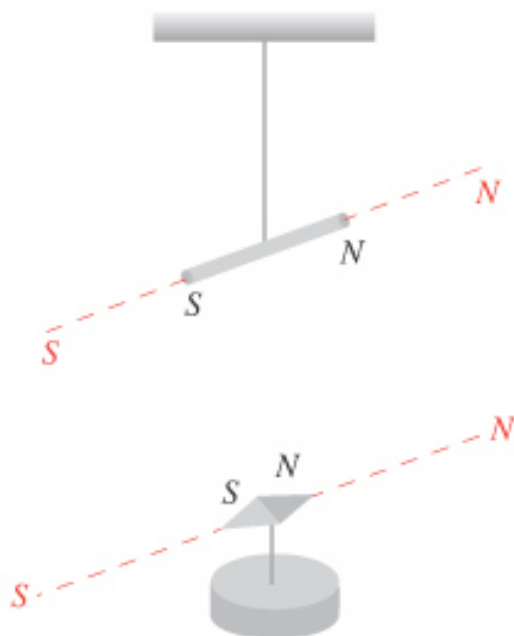
- Il magnete genera un campo chiamato **campo magnetico**: crea nello spazio circostante un campo di forze (non elettrostatiche)
- **Le linee di forza** sembrano provenire da i due poli (vedi anche esperienza con limatura di ferro). Sono **chiuse**, nascono da un polo e terminano sull'altro.



# Introduzione al campo Magnetico



2. Avvicinando ad pezzo di magnetite un una bacchetta sottile di ferro questa si magnetizza. Si realizza così l'**ago magnetico**.



L' ago magnetizzato, libero di ruotare si dispone assumendo una posizione di equilibrio lungo una direzione prossima a quella del meridiano terrestre → **esiste un campo magnetico terrestre**

Se viene spostato da tale direzione e poi rilasciato libero, ritorna con leggera oscillazione alla direzione iniziale

# Il campo magnetico terrestre

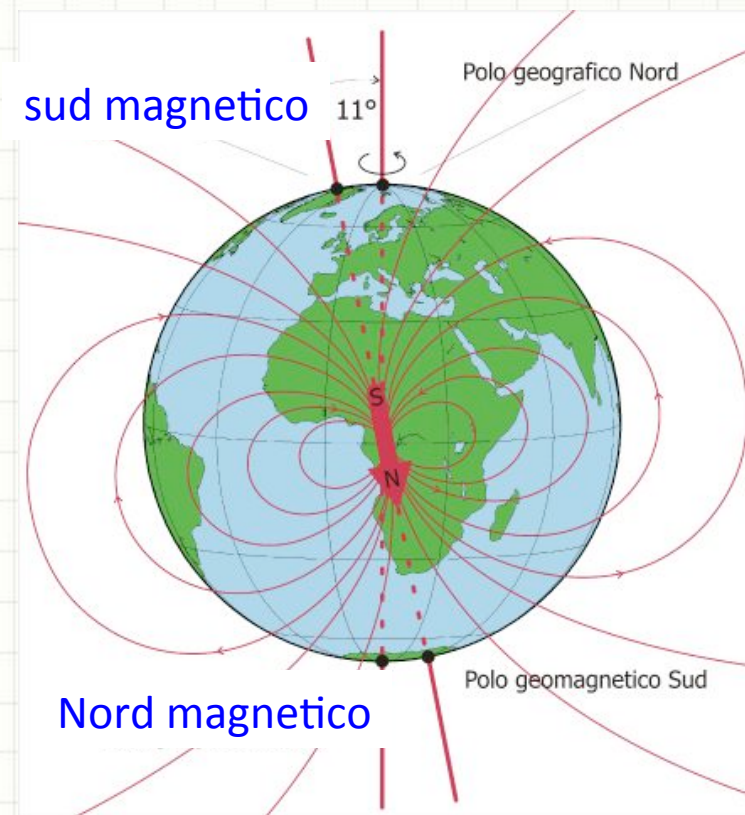
**La terra è un gigantesco magnete:** l'esatta configurazione del campo magnetico terrestre fu opera di Gauss che nel 1832 per primo ne tracciò le linee di forza e ne iniziò lo studio dal punto di vista fisico – matematico. L'asse for un angolo di circa  $11.5^\circ$  con l'asse di rotazione terrestre.

Il campo ha linee di **forza entranti nella Terra nell'emisfero Nord e uscenti in quello Sud.**

Un estremo libero del magnete tenderà ad orientarsi verso il nord geografico: polo NORD

L'altro estremo (polo SUD) si orienta verso il sud geografico.

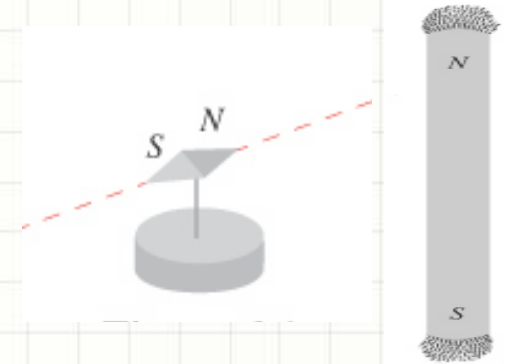
**Nord geografico**  $\equiv$  sud magnetico  
**Sud geografico**  $\equiv$  nord magnetico



# Introduzione al campo Magnetico



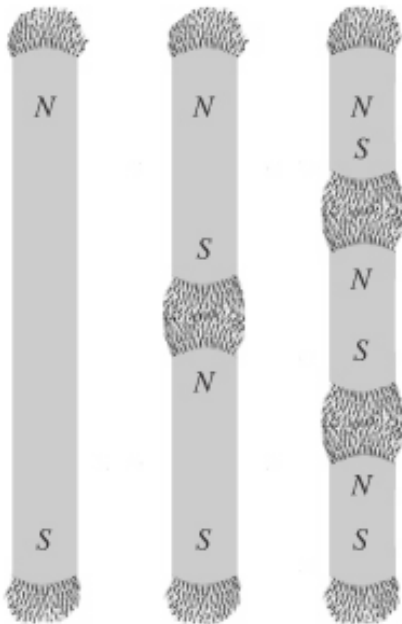
3. Avvicinando un magnete al polo Nord dell'ago, si verifica che una estremità attira il polo nord, l'altra lo respinge e attira il polo sud dell'ago.



**QUINDI**

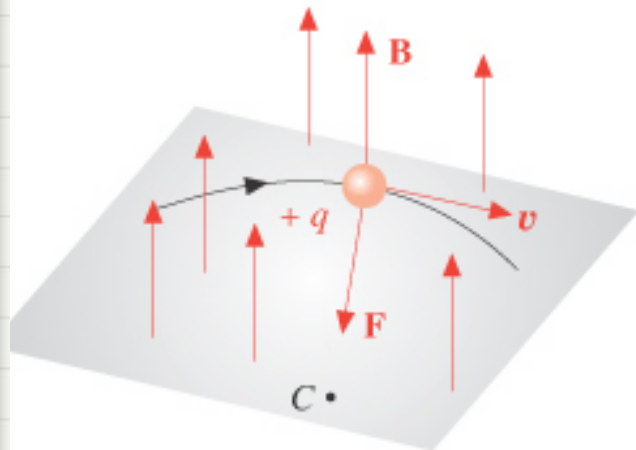
**→ Poli dello stesso segno si respingono, poli di segno opposto si attirano.**

4. I **poli** di uno **stesso magnete** sono sempre di segno opposto ed esistono sempre a coppia (vedi esperienza della calamita spezzata).



A differenza delle carica elettrica non esiste in natura **una carica magnetica**

# Forza di Lorenz



Consideriamo una particella di massa  $m$  e carica  $q$  in presenza di un  $\mathbf{B}$ .

$$\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$$

$$\vec{v} \neq 0 \Rightarrow \vec{F} \neq 0$$

$$\vec{F} = 0 \quad \text{se } \vec{v} // \vec{B} \quad \text{opp se } \vec{v} = 0$$

$$\vec{F} \text{ max se } \vec{v} \perp \vec{B}$$

$$\vec{F} \propto \sin \vartheta$$

$$\vec{F} \propto \text{modulo } v \text{ e } q$$

$$\vec{F} \perp \text{ a } \vec{B} \text{ e } \vec{v}$$



$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

# Forza Elettrostatica $\leftrightarrow$ F. di Lorents



$$W = \int_A^B \vec{F}_E \cdot d\vec{l} = q(V_A - V_B)$$

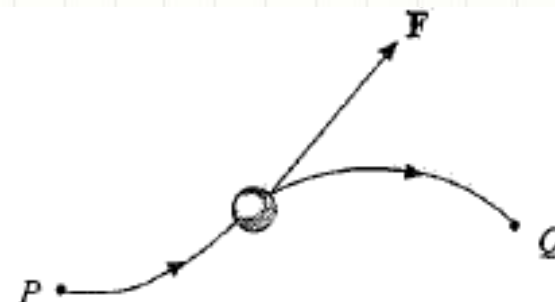
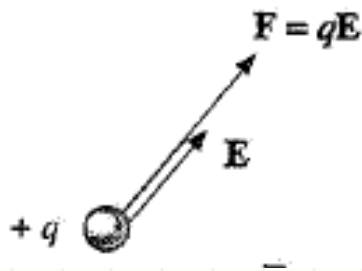
$$W = \int_A^B \vec{F}_B \cdot d\vec{l} = 0$$

## 1. **Compie lavoro**

2. L'energia cinetica cambia
3. La velocità può cambiare in modulo e direzione
4. **F è parallela** ad **E**

## 1. **NON compie lavoro**

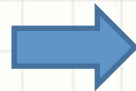
2. la velocità cambia in **direzione**, ma in modulo resta costante
3. **F è perpendicolare** a **B**





# Unità di Misura di B

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



L'unità di misura del campo magnetico: il tesla (T)

$$T = \frac{N}{Cm/s} = \frac{N}{Am} = \frac{kg}{As^2}$$

**Sottomultipli:**

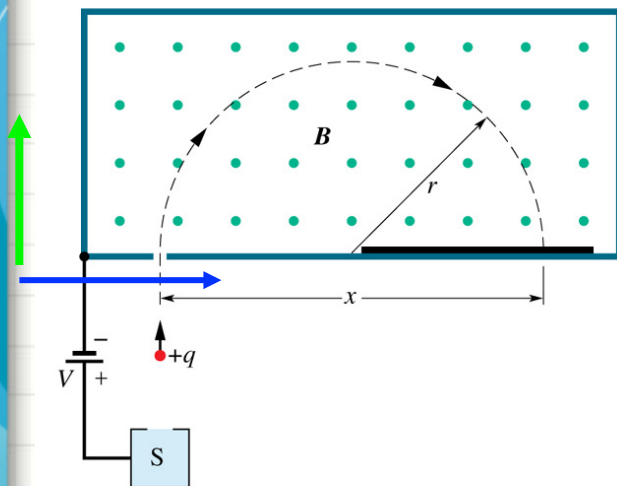
Gauss  $1 G = 10^{-4} T$

Per esempio il campo magnetico terrestre sulla superficie vale circa 0.5 G

Negli esperimenti agli acceleratori si usano campi di 4 T

# Moto di cariche in B

## Spettrometri di massa



$\vec{B}$  uniforme

$\vec{v} \perp \vec{B}$   $q$  positiva

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = qV \Rightarrow v = \sqrt{2qV/m}$$

Moto circolare uniforme

R: raggio di curvatura (cost.)

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$R = \sqrt{\frac{2Vm}{B^2 q}}$$

# Moto di cariche in B

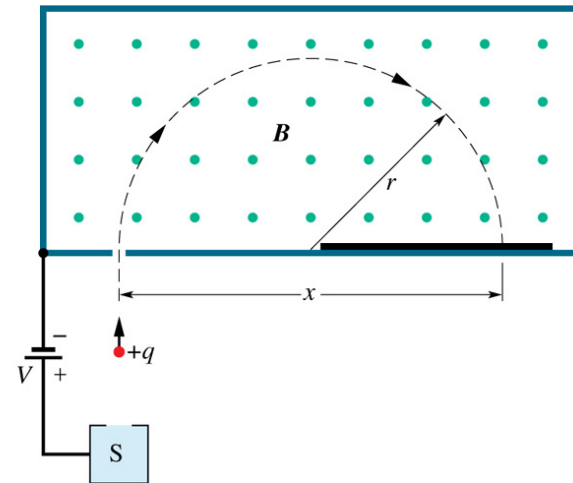
$$\text{frequenza } \omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

In termini vettoriali:

$$q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{\omega} \times \vec{v} = -m\vec{v} \times \vec{\omega} \quad \Rightarrow$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = -\frac{m}{q} \vec{v} \times \vec{\omega} \Rightarrow$$

$$\vec{B} = -\frac{m}{q} \vec{\omega} \Rightarrow \vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B}$$



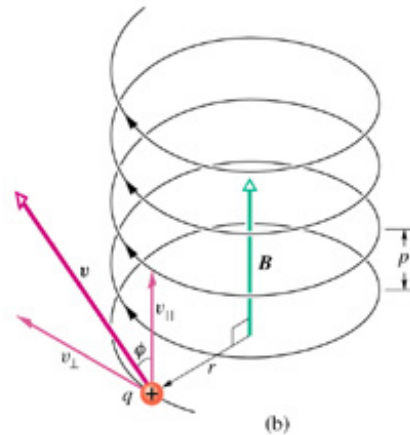
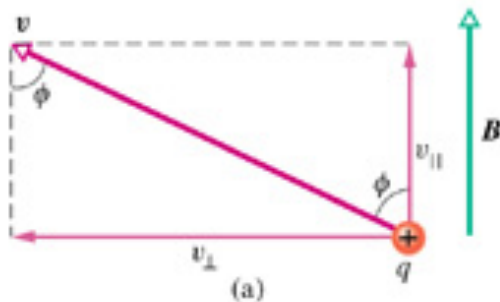
Le velocità angolare è sempre // a B

Se  $q < 0$  è concorde

Se  $q > 0$  discorde

$$\text{Periodo } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \text{ indipendente da } \vec{v} \text{ e } R$$

# Moto di cariche in B



$\vec{B}$  uniforme  
 $\vec{v}$  non perp.  $\vec{B}$   
 $q$  posit.

## Moto Elicoidale uniforme

(composizione del moto circolare uniforme nel piano ort. a B e del moto rett. Uniforme lungo B)

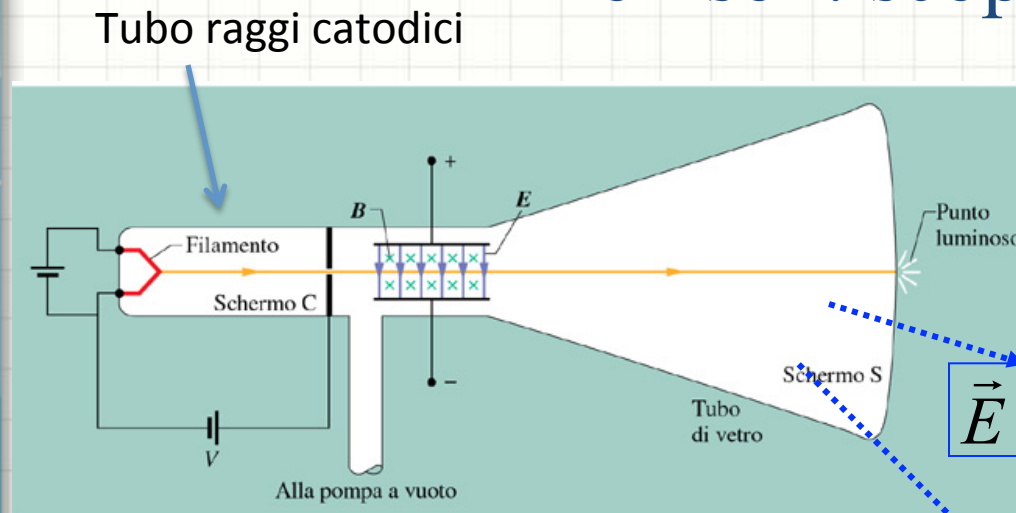
$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = m \vec{a} \Leftrightarrow qv \sin \theta B = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv \sin \theta}{qB} \quad \text{e} \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Nella direzione di B la velocità è costante

$$\text{passo } p = v_p T = v_p \frac{2\pi m}{qB}$$

# Thomson: scoperta dell'e<sup>-</sup>



$\vec{E} \perp \vec{B}$  uniformi

$\vec{E} = 0 \quad \vec{B} = 0$  nessuna deviazione

$\vec{E} \neq 0 \quad \vec{B} = 0$  particella deviata (vedi esercizio già fatto)

$\vec{E} \neq 0 \quad \vec{B} \neq 0$  variato fino a annullare la deviazione

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

$$vB = E$$

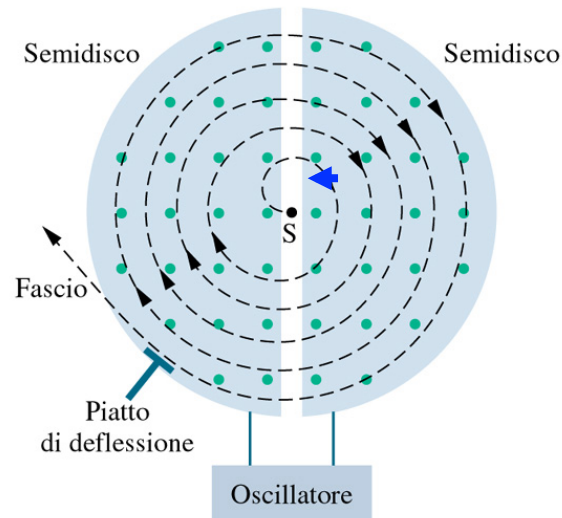
$$y = \frac{qEL^2}{2mv^2}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2yE}{L^2 B^2}$$

Il valore ottenuto sperimentalmente da Thomson fu:  $q/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$   
(circa 1000 volte più grande di quello del protone)

# Il ciclotrone

Tra due cavità cilindriche è applicata un d.d.p. alternata in presenza di un campo B uniforme perpendicolare al piano delle cavità



$$V = V_0 \text{sen} \omega_{RF} t$$

La particella entra nella prima cavità

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = qV$$

$$R_1 = \frac{m v_1}{qB}$$

$$\Rightarrow \text{dopo } t_1 = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi R_1}{v_1} = \frac{\pi m}{qB}$$

Entra nella seconda cavità, la V cambia segno:

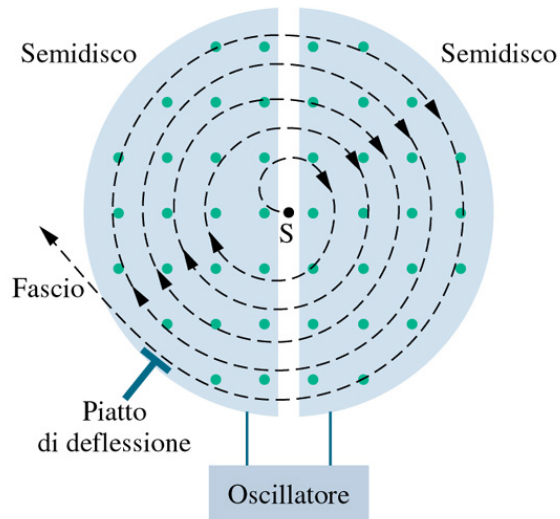
$$\frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + qV = 2qV$$



$$R_2 = \frac{m v_2}{qB} > R_1$$

$$\text{dopo } t_2 = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi R_2}{v_2} = \frac{\pi m}{qB} = t_1 \text{ esce dalla 2nda cavità}$$

# Il ciclotrone



$$\text{dopo } t_{1/2\text{giro}} = T_{RF} / 2 = \frac{\pi m}{qB} \Rightarrow$$

$$T_{RF} = \frac{2\pi m}{qB} \quad \omega_{RF} = \frac{qB}{m} = \omega$$

Detta pulsazione di ciclotrone

Il processo continua fino al raggio massimo R

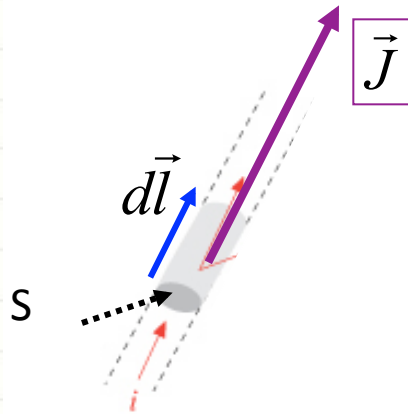
$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{qBR}{m}$$

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

Si possono raggiungere Ek dell'ordine della decina di MeV

# Forza magnetica su un conduttore percorso da $i$

Se un conduttore percorso dalla corrente  $i$  è immerso in un campo  $\vec{B}$  (se gli  $e$  sono i portatori)



$$\text{su ogni } e^- \quad \vec{F} = -e \vec{v}_d \times \vec{B}$$

$n$  è la densità di elettroni

$$d\vec{F} = n S dl \vec{F} = -n S dl (e \vec{v}_d) \times \vec{B} \Leftrightarrow$$

$$d\vec{F} = S dl \vec{J} \times \vec{B} = dV \vec{J} \times \vec{B} \quad \vec{J} = -ne\vec{v}_d$$

$$i = JS$$

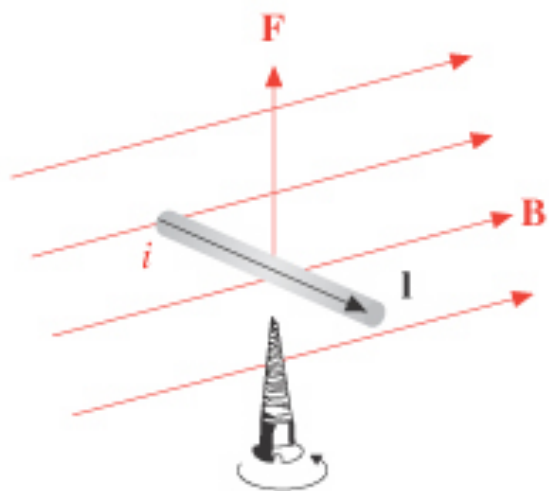
$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

## II<sup>a</sup> legge elementare di Laplace



# Forza magn. su un conduttore percorso da $i$

Per un filo indeformabile di lunghezza  $l$  percorso da una corrente  $i$  è stazionaria:

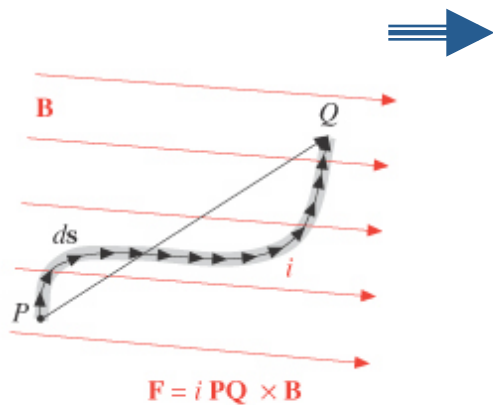


$$\vec{F} = i \int_P^Q d\vec{l} \times \vec{B}$$

Se  $B$  cost ed il conduttore rettilineo

$$\vec{F} = i \left( \int_P^Q d\vec{l} \right) \times \vec{B} = i \vec{l} \times \vec{B}$$

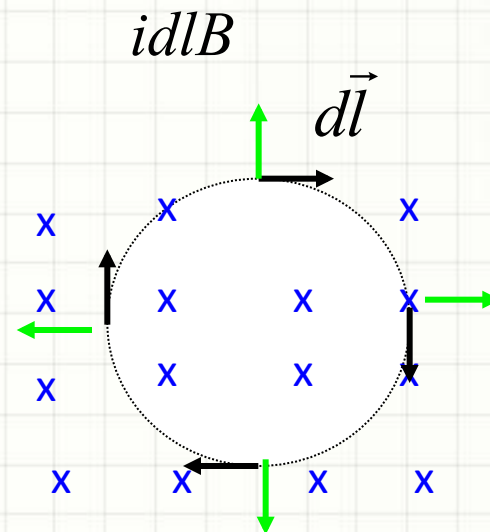
# Forza magnetica su un conduttore percorso da $i$



Se  $B$  cost e il conduttore è curvilineo ma giace in un piano:

$$\vec{F} = i \left( \int_P^Q d\vec{l} \right) \times \vec{B} = i \overrightarrow{PQ} \times \vec{B}$$

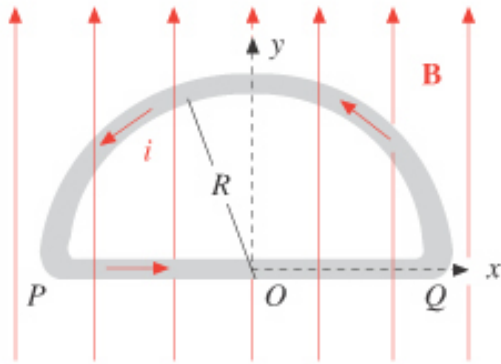
Quindi in un campo  $B$  uniforme un filo percorso da corrente sente una forza che non dipende dalla forma del filo, ma solo dai punti iniziali e finali.



Su un circuito:

$$\vec{F} = 0$$

# Applicazione



$$\vec{B} = B\vec{u}_y$$

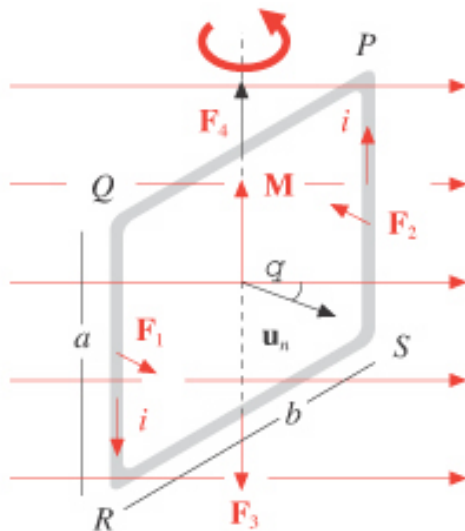
$$\vec{F}_1 = i\overrightarrow{PQ} \times \vec{B} = i 2R B\vec{u}_z$$

$$d\vec{l} = -dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 &= i \int_Q^P d\vec{l} \times \vec{B} = i \left( \int_Q^P -dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y \right) \times B\vec{u}_y \\ &= Bi \int_Q^P -dx\vec{u}_z = -Bi2R\vec{u}_z \end{aligned}$$

# Momento magnetico

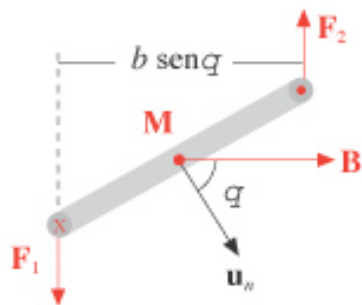


Spira rettangolare di lati  $ab$  percorsa da  $i$ , immerso in un **B uniforme**

$$F_{PQ} = F_{RS} = ibB \cos \theta \quad // \text{ piano della spira}$$

uguali ed opposti con stessa retta di azione

$$F_{SP} = F_{QR} = iaB \quad \perp \text{ piano della spira}$$



**Momento meccanico**

$$\tau = b \sin \theta F = b \sin \theta iaB = iSB \sin \theta$$

$\vec{m} = i\vec{S}$  momento magnetico della spira

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

# Principio di equivalenza di Ampere

Unità di misura del momento di dipolo magnetico:

$$Am^2$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$\vec{m} = i\vec{S} \quad \text{momento magn. spira}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

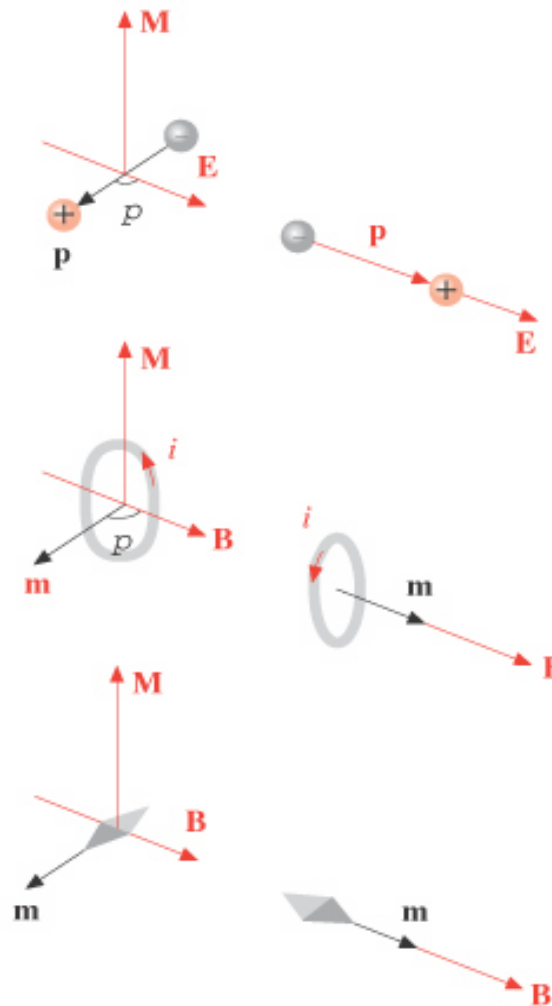
$$\vec{p} = q\vec{d} \quad \text{momento dip. elettrico}$$

$\theta = 0$  eq. stabile

$\theta = \pi$  eq. instabile

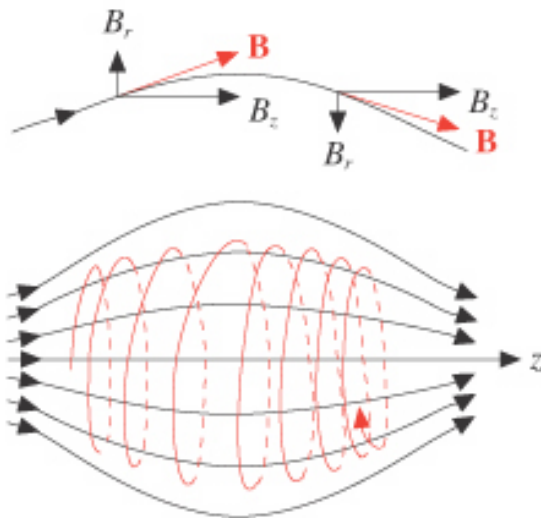
per qualsiasi altro  $\theta$   $\vec{\tau}$  tende a

far ruotare la spira in modo che  $\vec{\tau} // \vec{B}$



# approfondimenti

# Fasce di Van Allen

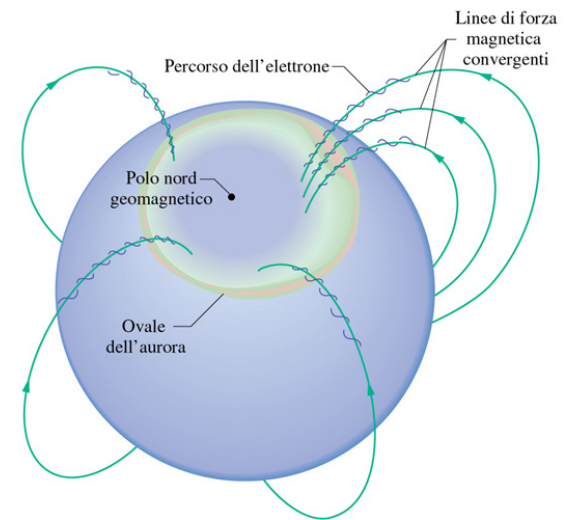


$\vec{B}$  NON uniforme (a simmetria assiale)  
bottiglia magnetica

Consideriamo una particella carica entrante nel piano del disegno con  $\mathbf{v}$

$B_z \rightarrow$  **forza radiale** responsabile del moto elicoidale intorno all'asse  $z$ .  $B$  diminuisce, raggio di curvatura e passo aumentano.

$B_r \rightarrow$  forza lungo  $z$ . La particella torna indietro oscilla avanti e indietro.



Gli  $e^-$  e  $p^+$  emessi dal sole vengono catturati dal campo magnetico terrestre.

# Effetto Hall

$$\vec{j} = \frac{i}{ab} \vec{u}_x = ne\vec{v}_d$$

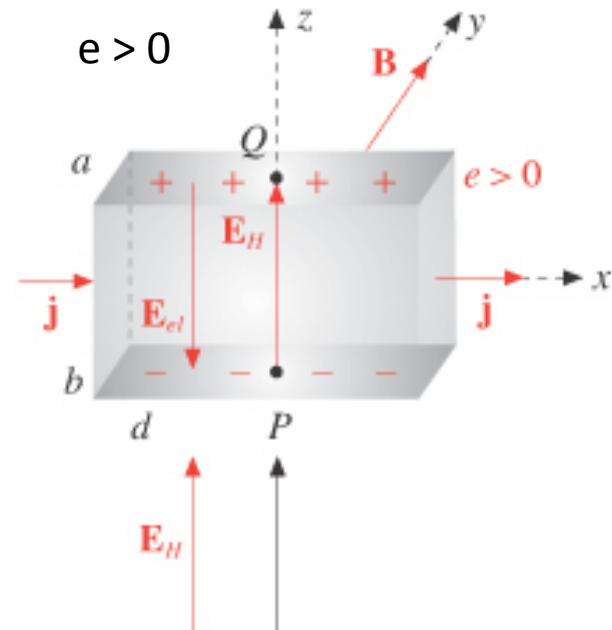
Stesso verso qualunque sia il segno dei portatori

$$\vec{F} = e\vec{v}_d \times \vec{B} \quad \rightarrow$$

$$\vec{E}_H = \frac{\vec{F}}{e} = \vec{v}_d \times \vec{B} = \frac{\vec{j}}{ne} \times \vec{B} \quad \rightarrow$$

$\vec{E}_H$  verso l'alto se  $e > 0$

$\vec{E}_H$  verso il basso se  $e < 0$



Il **campo di hall** tende quindi ad accumulare le cariche sul lato a o b. L'equilibrio si raggiunge quando:

$$\vec{E}_H + \vec{E}_{el} = 0$$



# Effetto Hall

Il dispositivo si comporta come un generatore in cui non circola corrente. La **tensione di hall** è:

$$\varepsilon_H = \int_P^Q \vec{E}_H \cdot d\vec{z} = \vec{E}_H \cdot \overrightarrow{PQ} = \pm E_H b$$



+Se  $e > 0$   
- Se  $e < 0$

$$\varepsilon_H = E_H b = \frac{jB}{ne} b = \frac{iB}{nea}$$



Consente di determinare:  
1. il segno dei portatori  
2. La densità di carica



$$\alpha = \frac{\varepsilon_H}{B} = \frac{i}{nea}$$

**Sonde di Hall:** misuratori di campo magnetico

