Università degli Studi di Bari

Corso di Laurea in Fisica

METODI MATEMATICI PER LA FISICA AVANZATI

Prove di laboratorio

Appello di giugno 2003
Considerare la generazione della variabile aleatoria X che assume valori in $[0,3]$ distribuiti secondo la densità di probabilità

$$\rho_X(x) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+x}}.$$

Utilizzare il metodo

a) del rigetto

b) dell'inversione

per calcolare il valor medio e la varianza della distribuzione.

Appello di Luglio 2003
Applicare l'algoritmo di Metropolis per campionare dalla distribuzione Binomiale.

Appello di Giugno 2004
La tabella descrive i modi di decadimento del mesone η' con la relativa probabilità percentuale:

modo	probabilità
$\pi^+\pi^-\eta$	44.2
$\rho^0\gamma$	30.0
$\pi^0\pi^0\eta$	20.5
$\omega\gamma$	3.00
$\gamma\gamma$	2.16
modi rari	0.14

dove è stata trascurata l'incertezza sperimentale.

1. Simulare un processo di decadimento della η' utilizzando il metodo d'inversione per distribuzioni di probabilità relative a variabili aleatorie discrete.

2. Mostrare che quando il numero di decadimenti diventa grande le frequenze relative ai vari processi riproducono le probabilità tabulate.

Appello di Luglio 2004
Considerare la funzione

$$f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$$

definita nell'intervallo $x \in [0, \infty[$.

Via G. Amendola 173 - 70126 Bari Tel +39 80 544 3212 Fax +39 80 544 2470 Email @ba.infn.it

- Calcolare l'integrale
$$\int_0^\infty f(x)\,dx$$
usando il metodo del rigetto.

- Tenendo conto del fatto che
$$\int_0^t f(x)\,dx = 1 - e^{-\frac{t^2}{2}}$$
generare 10000 campioni della variabile aleatoria x distribuita secondo $f(x)$ usando il metodo d'inversione. Verificare tramite un istogramma che la distribuzione dei campioni si avvicina alla $f(x)$.

Appello di Ottobre 2004

Utilizzare l'algoritmo di Metropolis per campionare dalla distribuzione esponenziale e^{-x}. Normalmente la selezione di un nuovo valore della variabile x in tutto l'intervallo $(0,\infty)$ può rendere molto bassa l'accettanza. Perché? È lecito restringersi ad un intervallo limitato intorno al valore attuale della x?

Confrontare la distribuzione ottenuta con quella desiderata.

Appello di Gennaio 2005

Utilizzare il metodo dell'Inversione per variabili discrete per campionare dalla distribuzione di Poisson.

Appello di Luglio 2005

Considerare la funzione
$$f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$$
definita nell'intervallo $x \in [0,1]$. Questa funzione ha divergenze integrabili in $x = 0$ e $x = 1$ e il suo integrale vale:
$$\int_0^t f(x)\,dx = \frac{2}{\pi}\,\arcsin(\sqrt{t}).$$

- Generare con il metodo del rigetto 10000 campioni distribuiti secondo la $f(x)$, introducendo un opportuno taglio sugli estremi dell'intervallo di definizione, in modo che l'integrale sia riprodotto con una precisione stimata del 5%. Confrontare la distribuzione dei punti generati con la $f(x)$.

- Generare un uguale numero di campioni usando il metodo d'inversione, verificando anche in questo caso che la distribuzione dei campioni si avvicina alla $f(x)$.

Appello di Gennaio 2005

Utilizzare il metodo dell'Inversione per variabili discrete per campionare dalla distribuzione binomiale.

Appello di Luglio 2005
Considerare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$$

definita nell'intervallo $x \in [0,1]$. Questa funzione ha divergenze integrabili in $x = 0$ e $x = 1$ e il suo integrale vale:

$$\int_0^t f(x)\,dx = \frac{2}{\pi}\,\arcsin(\sqrt{t}).$$

- Generare con il metodo del rigetto 10000 campioni distribuiti secondo la $f(x)$, introducendo un opportuno taglio sugli estremi dell'intervallo di definizione, in modo che l'integrale sia riprodotto con una precisione stimata del 5%. Confrontare la distribuzione dei punti generati con la $f(x)$.

- Generare un uguale numero di campioni usando il metodo d'inversione, verificando anche in questo caso che la distribuzione dei campioni si avvicina alla $f(x)$.

Appello di Febbraio 2006
Considerare la densità di probabilità rappresentata dalla funzione normalizzata

$$f(x) = A\sin(x)\exp(-10\,x) \qquad \text{con} \qquad A = \frac{101}{1+\exp(-10\,\pi)}$$

definita nell'intervallo $x \in [0,\pi]$. Questa funzione è integrabile e potrebbe essere usato il metodo del rigetto.

- Si chiede di generare una sequenza di numeri pseudocasuali distribuiti secondo la $f(x)$ utilizzando invece il metodo del filtraggio in modo da risolvere i problemi di efficienza che si avrebbero usando il metodo del rigetto a causa della presenza del picco vicino all'origine.

- Confrontare la distribuzione dei punti generati con la $f(x)$.

- Valutare l'efficienza.

Appello di Luglio 2006
Considerare $N = 10000$ molecole di ossigeno a temperatura ambiente e a temperature di 100^o al di sotto e al di sopra di essa. Il comportamento delle molecole è descritto dalla distribuzione di Maxwell - Boltzmann:

$$\rho(\vec{p}) = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-Ap^2} \qquad \text{con} \qquad A = \frac{1}{2mkT}$$

dove T è la temperatura assoluta, $k = 1.38\,10^{-23} J/\,^0K$ la costante di Boltzmann e $m = 0.53\,10^{-25}\,Kg$ la massa della molecola di ossigeno. Simulare il comportamento del gas alle tre temperature date con il metodo preferito, confrontare i risultati con le distribuzioni teoriche e valutare l'energia cinetica media delle molecole.