PHYSIQUE THÉORIQUE. – *Sur la contradiction entre la théorie quantique classique (idéalisée) de la mesure et la conservation du carré du moment angulaire total dans le paradoxe d'Einstein, Podolski et Rosen.* Note (*) de **Nicola Cufaro-Petroni, Augusto Garuccio, Franco Selleri** et **Jean-Pierre Vigier,** présentée par Alfred Kastler.

Comme on sait, la vérification expérimentale de la mécanique quantique (et non des inégalités de Bell) dans les expériences de deux photons correlés émis dans l'état singlet entraînera (dans des expériences du type d'Aspect [1]) l'existence d'actions à distance non locales entre appareils de mesure quantiques. Il est établi dans ce travail que si l'on admet que les mesures quantiques réelles sont conformes au schéma classique (idéalisé) et répétables dans le temps, la réduction du paquet d'ondes de particule corrélées par un appareil physique réel dans le paradoxe E.P.R. entraîne la non-conservation du moment angulaire total du système isolé particules-appareil.

As is known the experimental verification of quantum mechanics (and not of Bell's inequalities) in experiments of the Einstein-Podolsky-Rosen Aspect-type (involving two correlated photons emitted in the single state) implies the existence of non local faster than light, interactions between two quantum apparatus of measurement. It is shown in this work that if one assumes that real quantum measurements correspond to the usual classical (idealised) scheme (and are reproducible in time) the wave packet collapse of correlated particles by the intervention of a real physical apparatus in the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox implies the non conservation of the total angular momentum of the isolated apparatus-particles system.

Il est aujourd'hui possible de mesurer le chemin parcouru par la discussion théorique [2] et les vérifications expérimentales [3] du paradoxe d'Einstein-Podolski et Rosen [4]. Deux faits en ressortent à l'évidence. Le premier est que la discussion théorique engagée initialement par Einstein a changé de nature avec le temps. Elle ne peut plus être réduite à la question du caractère complet ou non de la mécanique quantique. La découverte des inégalités de Bell [5] associées à deux particules correlées montre en effet que leur non-satisfaction (et la vérification des prédictions de Bohr) engendre deux conséquences distinctes :

(A) la non-existence de variables cachées locales;

(B) l'incompatibilité des données expérimentales avec toute théorie réaliste locale de la mesure : c'est-à-dire en clair avec l'hypothèse de la non-existence d'une interaction physique se propageant à l'extérieur du cône de lumière.

L'objet de ce travail est d'utiliser autrement les phénomènes de corrélation quantique à distance sur lesquels l'étude du paradoxe E.P.R. a localisé l'attention. Il s'agit de montrer que la notion de mesure quantique idéale (ou de première espèce au sens de Pauli) est incompatible avec la conservation du carré du moment angulaire d'un système constitué par deux particules α et β ayant interagi dans le passé et d'un appareil de mesure A agissant sur l'une d'entre elles : système représenté par la figure.

$$\boxed{A}\quad \overset{\alpha}{\longleftarrow\circ}\ \otimes\ \overset{\beta}{\circ\longrightarrow}$$

Pour simplifier la discussion, partons d'abord du cas (proposé par E.P.R.) des deux particules de spin 1/2 déjà présenté [6] par deux d'entre-nous. Deux particules de spin 1/2, α et β, sont produites au temps t_0 dans une région de l'espace R_0 à partir de la décomposition (1) $P \to \alpha+\beta$, d'une particule P. Supposons avec E.P.R. que les propriétés de parité et de spin de P et l'hamiltonien qui décrit (1) impliquent que la paire α, β soit engendrée dans l'état singlet soit $|\psi_s\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}}[|u^+\rangle|v^-\rangle - |u^-\rangle|v^+\rangle]$ qui satisfait aux conditions $(S_\alpha+S_\beta)^2|\psi_s\rangle=0$ et $(S_{\alpha_3}+S_{\beta_3})|\psi_s\rangle=0$, où S_α et S_β représentent les opérateurs de spin associés à α et β. Les spineurs $|u^\pm\rangle$ et $|v^\pm\rangle$ satisfont alors aux relations $S_{\alpha_3}|u^\pm\rangle = \pm\hbar/2|u^\pm\rangle$ et

$S_{\beta_3}|v^{\pm}\rangle = \pm\, \hbar/2\,|v^{\pm}\rangle$ d'ou l'on tire en désignant par S^2 l'opérateur $S^2 \equiv (S_\alpha + S_\beta)^2$ que sa valeur moyenne quantique est nécessairement nulle.

Considérons alors le cas particulier de l'expérience proposée par E.P.R. en nous limitant au cas de l'intervention d'un appareil A sur la particule α en considérant l'ensemble α, β, A comme un système physique réel isolé.

Introduisons d'abord les fonctions d'ondes quantiques associées au processus de mesure soit : $|\psi_1\rangle = |A_0\rangle|\psi(x)\rangle|u^+ v^-\rangle$ et $|\psi_2\rangle = |A_0\rangle|\psi(x)\rangle|u^- v^+\rangle$, qui représentent respectivement les états initiaux du système correspondant aux mesures de spin faites sur les états $|u^+ v^-\rangle$ et $|u^- v^+\rangle$: $|A_\beta\rangle$ et $|\psi(x)\rangle$ représentant l'état de A et la fonction d'état d'espace de α et β. Les états finaux correspondant sont alors décrits par (2) soit : $|\varphi_1\rangle = |A_+\rangle|\psi_+(x)\rangle|u^+ v^-\rangle$ et $|\varphi_2\rangle = |A_-\rangle|\psi_-(x)\rangle|u^- v^+\rangle$ où A_+ et A_- représentent maintenant les états finaux correspondants de l'appareil A, issus de son état initial A_0, $\psi_+(x)$ et $\psi_-(x)$ représentant les états spatiaux des particules après la mesure.

Pour un état initial de singlet et si l'on part de l'idée que l'appareil de mesure est un système macroscopique physique réel composé d'objets microscopiques réels (donc décrits par des fonctions d'ondes) : système qui obéit en conséquence à l'équation de Schrödinger; on obtient l'équation linéaire d'évolution :

$$(3)\qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\psi_1\rangle - |\psi_2\rangle\} \to \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\varphi_1\rangle - |\varphi_2\rangle\}.$$

Les lois relativistes de conservation du moment angulaire total J^2 dans les évolutions $|\psi_1\rangle \to |\varphi_1\rangle$, $|\psi_2\rangle \to |\varphi_2\rangle$ et (3) satisfont en conséquence à

$$(4\,a)\qquad \langle\psi_1|J^2|\psi_2\rangle = \langle\varphi_1|J^2|\varphi_1\rangle$$

où

$$(4\,b)\qquad \langle\psi_2|J^2|\psi_2\rangle = \langle\varphi_2|J^2|\varphi_2\rangle$$

et on a

$$\langle\psi_1 - \psi_2|J^2|\psi_1 - \psi_2\rangle = \langle\varphi_1 - \varphi_2|J^2|\varphi_1 - \varphi_2\rangle > 0.$$

La relation (4 *c*) s'écrit alors a cause de (4 *b*) et (4 *b*) :

$$(5)\qquad \langle\psi_1|J^2|\psi_2\rangle + \text{c. c.} = \langle\varphi_1|J^2|\varphi_2\rangle + \text{c. c.}$$

On obtient donc en posant :

$$J^2 = M_4^2 + S^2 + L^2 + 2\,M_4.S + 2\,M.L + 2\,L.S$$

où M_A représente maintenant l'opérateur du moment angulaire total de l'appareil A et L le moment orbital, des particules α et β :

(*a*) pour M_A :

$$\langle\psi_1|M_4^2|\psi_2\rangle = \langle A_0|M_A^2|A_0\rangle\langle\psi(x)|\psi(x)\rangle\langle u^+ v^-|u^- v^+\rangle = 0,$$

$$\langle\varphi_1|M_A^2|\varphi_1\rangle = \langle A_+|M_A^2|A-\rangle\langle\psi_+(x)|\psi_-(x)\rangle\langle u^+ v^-|u^- v^+\rangle = 0;$$

(*b*) pour L^2 :

$$\langle\psi_1|L^2|\psi_1\rangle = \langle A_0|A_0\rangle\langle\psi(x)|L^2|\psi(x)\rangle\langle u^+ v^-|u^- v^+\rangle = 0,$$

$$\langle\varphi_1|L^2|\varphi_2\rangle = \langle A_+|A_-\rangle\langle\psi_+(x)|L^2|\psi_-(x)\rangle\langle u^+ v^-|u^- v^+\rangle = 0;$$

(c) pour S^2 :

$$\langle \psi_1 | S^2 | \psi_2 \rangle = \langle A_0 | A_0 \rangle \langle \psi(x) | \psi(x) \rangle \frac{1}{2} \langle \psi_t | S^2 | \psi_0 \rangle,$$

$$\langle \varphi_1 | S^2 | \varphi_2 \rangle = \langle A_+ | A_- \rangle \langle \psi_+(x) | \psi_-(x) \rangle \frac{1}{2} \langle \psi_t | S^2 | \psi_0 \rangle \langle\langle \hbar^2,$$

où ψ_t représente l'état triplet.

(d) pour $2\,\mathbf{M}.\mathbf{S}$:

$$(6\,a)\quad \langle \psi_1 | 2\,\overline{\mathbf{M}}.\overline{\mathbf{S}} | \psi_2 \rangle = \langle \psi_1 | 2\,M_3 S_3 + M_+ S_- + M_- S_+ | \psi_1 \rangle$$
$$= 2 \langle A_0 | M_3 | A_0 \rangle \langle u^+ v^- | S_3 | u^- v^+ \rangle \langle \psi(x) | \psi(x) \rangle$$
$$+ \langle A_0 | M_+ | A_0 \rangle \langle u^+ v^- | S_- | u^- v^+ \rangle \langle \psi(x) | \psi(x) \rangle$$
$$+ \langle A_0 | M_- | A_0 \rangle \langle u^+ v^- | S_+ | u^- v^+ \rangle \langle \psi(x) | \psi(x) \rangle = 0;$$

$$(6\,b)\quad \langle \varphi_1 | 2\,\mathbf{M}.\mathbf{S} | \varphi_2 \rangle$$
$$= 2 \langle A_+ | M_3 | A_- \rangle \langle u^+ v^- | S_3 | u^- v^+ \rangle \langle \psi_+(x) | \psi_-(x) \rangle$$
$$+ \langle A_+ | M_+ | A_- \rangle \langle u^+ v^- | S_- | u^- v^+ \rangle \langle \psi_+(x) | \psi_-(x) \rangle$$
$$+ \langle A_+ | M_- | A_- \rangle \langle u^+ v^- | S_+ | u^- v^+ \rangle \langle \psi_+(x) | \psi_-(x) \rangle = 0,$$

ou $M_\pm = M_1 \pm i\,M_2$ et $S_\pm = S_1 \pm i\,S_2$;

(e) pour $2\,\mathbf{L}.\mathbf{S}$:

$$\langle \psi_1 | 2\,\mathbf{L}.\mathbf{S} | \psi_2 \rangle = 2 \langle A_0 | A_0 \rangle \langle \psi(x) | \mathbf{L} | \psi(x) \rangle \langle u^+ v^- | \mathbf{S} | u^- v^+ \rangle = 0,$$

$$\langle \varphi_1 | 2\,\mathbf{L}.\mathbf{S} | \varphi_2 \rangle = 2 \langle A_+ | A_- \rangle \langle \psi_+(x) | \mathbf{L} | \psi_-(x) \rangle \langle u^+ v^- | \mathbf{S} | u^- v^+ \rangle = 0;$$

(f) pour $2\,\mathbf{ML}$:

$$\langle \psi_1 | 2\,\mathbf{M}.\mathbf{L} | \psi_2 \rangle = 2 \langle A_0 | \mathbf{M}_A | A_0 \rangle \langle \psi(x) | \mathbf{L} | \psi(x) \rangle \langle u^+ v^- | u^- v^+ \rangle = 0,$$

$$\langle \varphi_1 | 2\,\mathbf{M}.\mathbf{L} | \varphi_2 \rangle = 2 \langle A_+ | M_A | A_- \rangle \langle \psi_+(x) | \mathbf{L} | \psi_-(x) \rangle \langle u^+ v^- | u^- v^+ \rangle = 0.$$

Il en résulte que (5) *s'écrit :* $\hbar^2 = 0$ *en contradiction directe avec la conservation du moment angulaire prédite par la théorie de la relativité restreinte.*

Ce résultat surprenant n'est pas nouveau dans la littérature. Comme l'a remarqué M. Hajisavvas [7], qui l'a obtenu indépendamment dans un cas moins général, il est comparable aux résultats analogues trouvés par Wigner [8] Araki et Yanase [9] pour des grandeurs additives. Il pose évidemment un problème théorique grave.

Plusieurs voies semblent s'ouvrir en conséquence. Nous en énumérons cinq. La première voie est d'admettre qu'aucune mesure réelle ne peut être parfaitement idéale;c'est-à-dire que les seconds membres des relations (2) doivent être complétés par des termes beaucoup plus petits en magnitudes et mettant en jeu des composantes différentes. Ceci revient à abandonner la théorie idéalisée habituelle de la mesure quantique et à suivre la voie ouverte par Wigner [8] ou Araki et Yanase [9]. Les conséquences de cette position dépassent évidemment le cadre de notre Note et débouchent sur des conséquences [2] que nous discuterons ultérieurement. La seconde voie consiste à accepter cette contradiction entre la théorie actuelle de la mécanique quantique et la théorie de la relativité restreinte, violation qui vient s'ajouter à sa contradiction avec les inégalités de Bell... qui résultent pourtant directement du caractère local de la théorie de la relativité restreinte. Pour reprendre une phrase célèbre d'Heisenberg [10] « La loi de causalité n'est plus applicable en théorie quantique et la loi de la conservation de la matière n'est plus vraie pour les particules élémentaires ». La troisième voie consiste à renoncer (en suivant l'exemple de Bohr) à l'emploi de la mécanique quantique dans la description des appareils de mesure. On *postule* alors les lois de conservation et on en déduit l'existence d'interactions superluminales entre appareils de mesure dans le paradoxe E.P.R. La quatrième voie (proposée par A. Shimony) revient à renoncer à la reproductibilité des mesures quantiques. On postule par exemple que la mesure faite sur un état propre de σ_z puisse enregistrer le résultat quantique mais fournir en outre une contribution σ_x. Elle se rapproche en fait de la première.

La dernière voie (défendue par les auteurs de ce travail) consiste à accepter la validité des lois de conservation d'Einstein quitte à modifier la théorie de la mesure ou l'interprétation de la mécanique quantique. Par exemple deux d'entre-eux (A.G et J.P.V) pensent que dans le cadre de l'interprétation stochastique [11] l'onde physique (du type onde pilote de De Broglie) emporte le moment angulaire nécessaire pour assurer la validité des postulats d'Einstein. En ce sens le paradoxe E.P.R. débouche bien sur l'idée du caractère incomplet de la mécanique quantique.

(*) Remise le 25 juin 1979; acceptée après révision le 21 janvier 1980.

[1] A. ASPECT, *Phys. Lett.*, 54 A, 1975, p. 117, *Prog. in Sc. Cult.*, 1, 1976, p. 439; *Phys. Rev.*, 14 D, 1977, p. 1944.

[2] *Voir* B. d'ESPAGNAT, *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, W.A. Benjamin, 1976, et le débat sur « Epistemological Letters » sur cet argument.

[3] R. A. HOLT, *Ph. D. Thesis*, 1972, unpublished; S. J. FREEDMAN et J. F. CLAUSER, *Phys. Rev. Lett.*, 28, 1972, p. 938; J. K. CLAUSER et M. A. HORN, *Phys. Rev.*, D 11, 1975, p. 526; J. F. CLAUSER, *Phys. Rev. Lett.*, 36, 1976, p. 1223; M. BRUNO, M. d'AGOSTINO et C. MARONI, *N. Cim.*, 40 B, 1977; A. R. WILSON, J. LOWE et D. K. BUTT, *J. Phys.*, A. 2, 1976, p. 613.

[4] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY et N. ROSEN, *Phys. Rev.*, 47, 1935, p. 777.

[5] J. S. BELL, *Physics*, 1, 1964, p. 195.

[6] A. GARUCCIO et F. SELLERI, *Action at Distance in Quantum Mechanics*, preprint présenté aux Célébrations pour le Centenaire de la naissance de A. Einstein, juin 1979, Paris.

[7] N. HADJISAVVAS, *Epistemological Letters*, 24th issue, octobre 1979, p. 14.

[8] E. P. WIGNER, *Z. Phys.*, 133, 1952, p. 101.

[9] H. ARAKI et M. YANASE, *Phys. Rev.*, 120, 1961, p. 622; M. YANASE, *Phys. Rev.*, 123, 1961, p. 666.

[10] W. HEISENBERG, *Physics and Philosophy*, Benjamin.

[11] D. BOHM et J. P. VIGIER, *Phys. Rev.*, 96, 1954, p. 208; L. DE BROGLIE, *La Thermodynamique de la particule isolée*, Gauthier-Villars, Paris, 1964; W. LEHR et J. PARK, *J. Math. Phys.*, 18, 1977, p. 1235; E. NELSON, *Phys. Rev.*, 150, 1966, p. 1079; J. P. VIGIER, *Lett. Nuov. Cim.*, 24, 1979, p. 265; 24, 1979, p. 258; N. CUFARO-PETRONI et J. P. VIGIER, *Lett. Nuov. Cim.*, 25, 1979; 15 et 29, 1979, p. 149; N. CUFARO-PETRONIet J. P. VIGIER, *A Markov Process at the Velocity of Light* (*Int. J. Th. Physics* (sous presse)).

N. C. P., A. G. et F. S. : Istituto di Fisica dell'Universita, Bari, Istituto nazionale di Fisica nucleare, Sezione di Bari, via amendola 173, *Bari, Italy;*

J. P. V. : *Équipe de Recherche associée au C.N.R.S. n°* 533, *Institut Henri-Poincaré*, 11, *rue Pierre-et-Marie-Curie*, 75231 *Paris Cedex* 05.