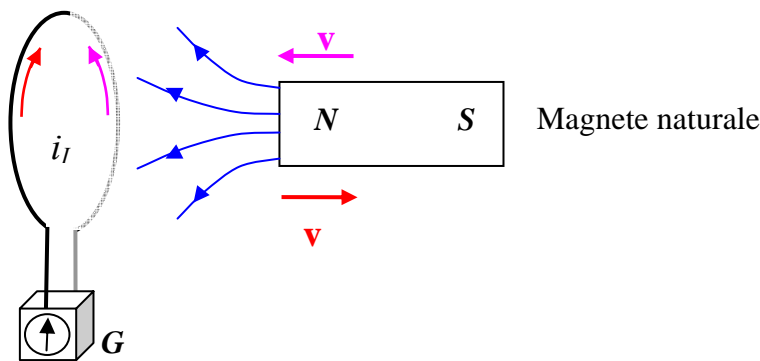


L'induzione elettromagnetica - Legge di Faraday-Lenz

Si osservano alcuni fatti sperimentali.

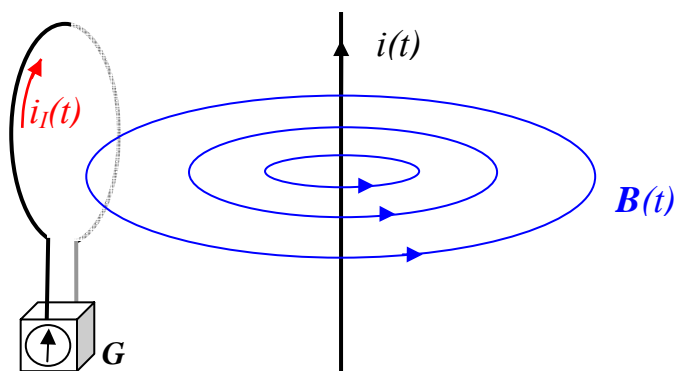
1) Consideriamo un filo metallico chiuso su se stesso (spira) tramite un misuratore di corrente G posto in vicinanza di un magnete naturale:



Se la spira e il magnete sono fermi, nella spira non circola corrente non essendoci una f.e.m.. Non appena il magnete è in movimento rispetto alla spira (ovvero non appena c'è un moto relativo fra il magnete e spira) il misuratore G segna un passaggio di corrente (**corrente indotta i_I**) che cessa immediatamente non appena si ferma il moto relativo. Il passaggio di corrente necessita di una f.e.m. pertanto possiamo dire che il moto relativo fra spira e magnete fa sorgere nella spira una **forza elettromotrice indotta \mathcal{E}_I** . Si nota che il verso della corrente indotta dipende dal verso del moto relativo: spira e magnete in allontanamento, spira e magnete in avvicinamento.

Poiché l'unico effetto del moto relativo è quello di variare il valore del campo \vec{B} nei punti dello spazio occupati dalla spira, di conseguenza l'insorgere della \mathcal{E}_I può essere associato al fatto che nei punti occupati della spira si ha un campo \vec{B} variabile con il tempo, $\vec{B}(t)$.

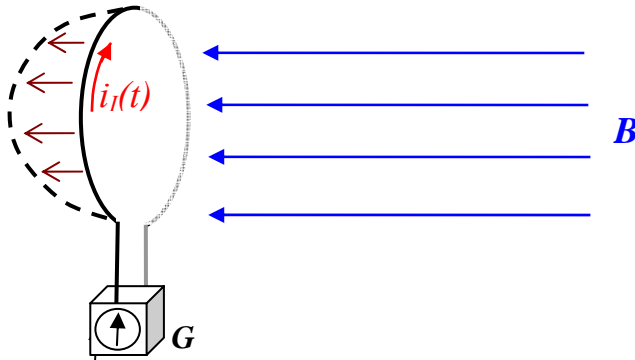
2) Per verificare questa ipotesi, consideriamo una spira con G ed un filo percorso da corrente in posizioni fisse. Possiamo ottenere un campo $\vec{B}(t)$ variando la corrente $i(t)$ nel filo.



Si osserva che non appena la corrente nel filo varia nel tempo, il misuratore G segna un passaggio di i_I nella spira che cessa immediatamente non appena la corrente nel filo ovvero il campo diviene costante. Si nota che il verso della corrente indotta dipende dal segno della variazione della corrente nel filo: corrente crescente, corrente decrescente.

Ancora, l'unica causa che può produrre \mathcal{E}_I è avere un $\vec{B}(t)$ nei punti della spira.

3) Consideriamo una spira con G, la cui forma può essere variata, immersa in un campo B costante ed uniforme.

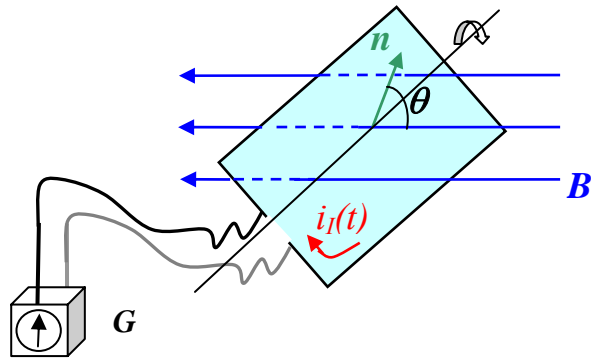


Si osserva che non appena la forma della spira varia, ovvero varia l'area $S = S(t)$ da essa racchiusa, il misuratore G segna un passaggio di i_I che cessa immediatamente non appena la spira non è più modificata. Si nota che il verso della corrente indotta dipende dal segno variazione della area racchiusa dalla spira: area crescente, area decrescente.

L'unica causa che può produrre \mathcal{E}_I è in questo caso la variazione di $S(t)$, della area racchiusa dalla spira, essendo \vec{B} uniforme e costante.

Queste tre osservazioni portano alla conclusione che si crea una \mathcal{E}_I se abbiamo nei punti della spira $\vec{B}(t)$ oppure $S(t)$ ovvero ricordando la definizione di flusso se $\Phi_B(t) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ con S l'area della spira.

4) Infatti se consideriamo una spira piana di forma costante immersa in un campo \vec{B} , costante ed uniforme, che può cambiare l'orientazione rispetto al campo, ossia $\theta = \theta(t)$, si osserva che non appena l'orientazione della spira varia il misuratore G segna un passaggio di i_I che cessa immediatamente non appena la spira si ferma. Si nota che il verso della corrente indotta dipende dal segno rotazione.



Essendo $B = cost$ e $S = cost$, l'unica causa che può produrre \mathcal{E}_I è un $\theta(t)$ ovvero:

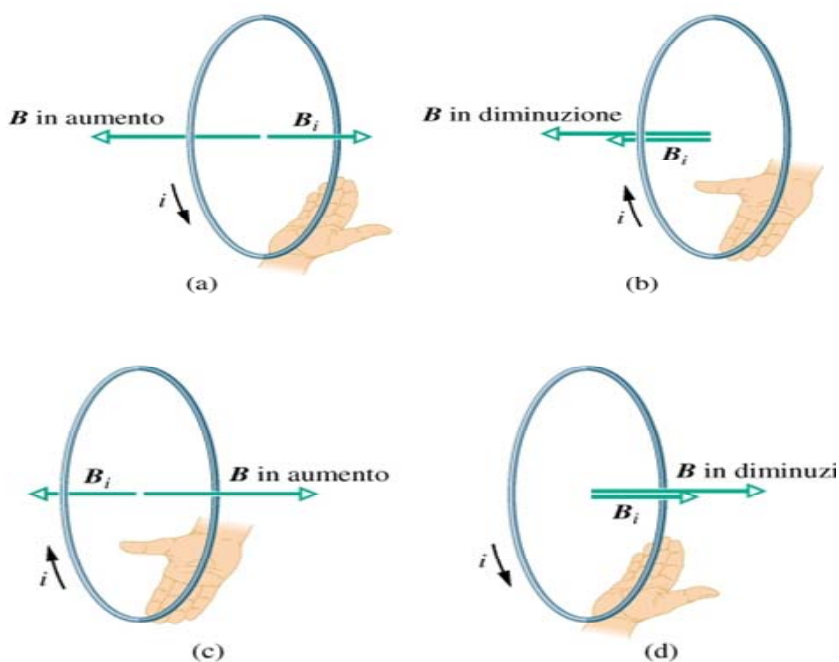
$$\Phi_B(t) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cos\theta(t) dS$$

Chiameremo il flusso calcolato attraverso la superficie S racchiusa dalla spira: **flusso concatenato con il circuito**.

Tutte le precedenti considerazioni ci permettono di concludere che: **se il flusso concatenato con un circuito varia nel tempo, indipendentemente da come questa variazione sia generata, nel circuito sorge una forza elettromotrice indotta \mathcal{E}_I (legge di Faraday o dell'induzione elettromagnetica)**

In dettaglio $\mathcal{E}_I = -\frac{d\phi_B}{dt}$

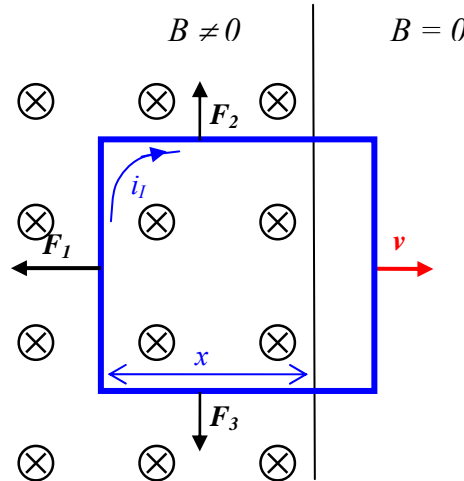
Il segno - (**legge di Lenz**) sta ad indicare che la \mathcal{E}_I fa circolare nel circuito la i_I con verso tale che il campo magnetico generato dalla i_I tende ad opporsi alla variazione di flusso che l'ha prodotta.



La presenza del segno meno, è diretta conseguenza della conservazione dell'energia come si vede dalla seguente situazione.

Supponiamo di estrarre con velocità costante una spira rigida conduttrice da una regione dove esiste un campo magnetico uniforme e costante di modulo B .

Assumiamo: la spira quadrata di lato ℓ e di resistenza totale R , il campo B perpendicolare al piano della spira e entrante nel piano del disegno. Sia t l'istante di tempo in cui la spira è immersa nella regione dove c'è B solo per un tratto x .



Fintanto che la spira è parzialmente immersa il flusso Φ_B con essa concatenato varia nel tempo \Rightarrow

$$|\Phi_B| = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\ell x(t) \Rightarrow \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = B\ell \frac{dx}{dt} = B\ell v \Rightarrow |\varepsilon_I| = B\ell v \text{ dove si è osservato che } \frac{dx}{dt} = v$$

Nella spira circolerà una corrente indotta $i_I = \frac{B\ell v}{R}$ che richiede una potenza elettrica (che finisce in

$$\text{calore) } P_E = i_I^2 R = \left(\frac{B\ell v}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R}.$$

Usiamo la legge di Lenz per definire il verso della i_I : il flusso è entrante nel piano del disegno e diminuisce con il tempo. Per opporsi a questa diminuzione il campo magnetico generato dalla corrente indotta deve essere entrante ovvero i_I deve circolare in senso orario (vedi figura).

Su questa spira percorsa di i_I in B si esercitano delle forze meccaniche: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$.

\vec{F}_2 ed \vec{F}_3 sono uguali ed opposte e pertanto non influenzano il moto della spira rigida.

$\vec{F}_1 = i_I \vec{\ell} \times \vec{B} \Rightarrow F_1 = i_I \ell B = \frac{B\ell v}{R} \cdot \ell B = \frac{B^2 \ell^2 v}{R}$ invece attira la spira verso le zone con campo magnetico.

Se vogliamo estrarre la spira con $v = \text{cost} \Rightarrow$

$$\vec{F}^R = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_{\text{appl}} = 0 \Rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{F}_{\text{appl}} \Rightarrow F_{\text{appl}} = \frac{B^2 \ell^2 v}{R},$$

serve un agente esterno che esercita una \vec{F}_{appl} .

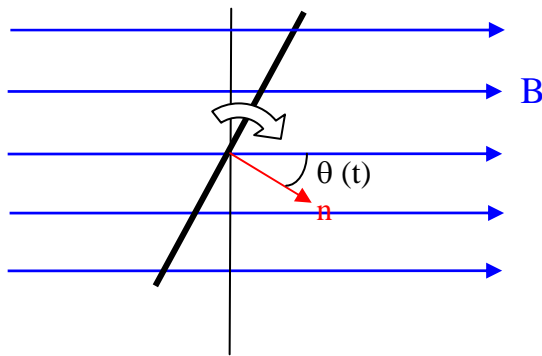
Sarà impiegata una potenza meccanica P_M che l'interazione corrente-campo trasforma in potenza elettrica, infatti:

$$P_M = F_{appl} \cdot v = \frac{B^2 \ell^2 v}{R} \cdot v = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} = P_E$$

Se neghiamo la legge di Lenz, la corrente i_I potrà circolare in senso antiorario, la forza \vec{F}_I avrà verso opposto ossia spingerà fuori la spira. Si creerà una situazione in cui l'interazione corrente-campo crea dal nulla sia la potenza P_E per fare circolare corrente sia la potenza P_M per muovere la spira, violando quindi il principio di conservazione dell'energia.

Un'applicazione importante: la dinamo.

Riconsideriamo il caso 4: una spira piana e rigida di area S in rotazione con velocità uniforme ω in una regione dove è presente un campo B uniforme e costante.



$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{n}S = BS \cos \theta = BS \cos \omega t \Rightarrow \Phi_B = \Phi_B(t) \Rightarrow$$

$$|\varepsilon_I| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(BS \cos \omega t) = BS\omega \sin \omega t \Rightarrow |\varepsilon_I| = BS\omega \sin \omega t$$

Se invece di una spira se ne hanno N sovrapposte si ha: $|\varepsilon_I| = BS\omega N \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t$

Quindi tenendo in rotazione un insieme di spire in un campo magnetico, si ottiene una forza elettromotrice (**dinamo**) ovvero si trasforma l'energia meccanica necessaria a tenere in rotazione le spire in energia elettrica.