DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE

Studio delle cause che determinano il moto

Introduzione di nuove grandezze: **massa e forza**

Affermazione di Galileo:

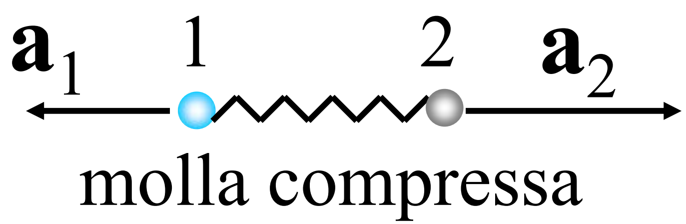
la forza determina una variazione del moto, non il moto stesso

Definizione del **principio di inerzia** successivamente riformulato da Newton

Inerzia: proprietà che hanno i corpi di mantenere inalterata la loro velocità

MASSA INERZIALE

Interazione tra due corpi 1 e 2



Accelerazioni acquistate: $\mathbf{a}_{1,}$ $\mathbf{a}_2$

Sperimentalmente si osserva che

1) $\mathbf{a}_1 \neq 0 \qquad \mathbf{a}_2 \neq 0$

2) $\mathbf{a}_1$ e $\mathbf{a}_2$ hanno la stessa direzione, ma versi opposti

3) $$\frac{a_2}{a_1} = \text{costante} = c_{12}$$

c_{12} caratteristico dei corpi, indipendente dal modo in cui avviene l'interazione

Vettorialmente:

se $\mathbf{v}_{10} = \mathbf{v}_{20} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_2 = -\, c_{12}\, \mathbf{v}_1$

4) Si esegue l'esperimento con corpi della stessa sostanza con volumi diversi V_1 e V_2

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{V_2}{V_1}}$$

c_{12} caratteristico dei corpi

⇓

è possibile associare ai due corpi due valori m_1 ed m_2 così definiti

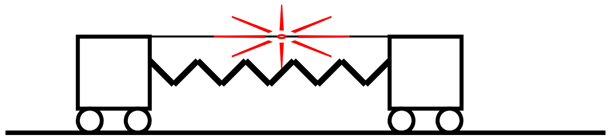
$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} = c_{12}}$$

$\boxed{m \quad \text{massa inerziale}}$

unità di misura: Kg

Definizione di forza

Interazione tra due corpi collegati da una molla compressa



All'istante t = 0: $\mathbf{v}_{10} = \mathbf{v}_{20} = 0$

Si brucia il filo: $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ velocità acquistate dai due corpi a causa dell'interazione

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = -\frac{v_2}{v_1}}$$

$$\boxed{m_1 \, v_1 = -m_2 \, v_2}$$

Definiamo la grandezza quantità di moto:

$$\boxed{\mathbf{p} = m \, \mathbf{v}}$$

$$\boxed{\mathbf{p}_1 = m_1\, \mathbf{v}_1} \qquad \boxed{\mathbf{p}_2 = m_2\, \mathbf{v}_2}$$

Per misurare l'intensità dell'interazione

introduciamo la grandezza **forza**

Forza media relativa all' intervallo di tempo Δt:

$$\boxed{\mathbf{F}_M = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}}$$

Forza istantanea: $$\boxed{\mathbf{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}}$$

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\,\mathbf{v}) = \frac{dm}{dt}\mathbf{v} + m\frac{d\,\mathbf{v}}{dt}$$

formulazione originaria del

II principio della dinamica

Se m = costante

$$\mathbf{F} = m\frac{d\,\mathbf{v}}{dt} = m\,\mathbf{a}$$

Unità di misura di **F**: Newton

$1\ N = 1\ Kg \cdot m / s^2$

F **vettore applicato**

Derivando rispetto al tempo $\boxed{m_1 \mathbf{v}_1 = -m_2 \mathbf{v}_2}$

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = -\frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

Terzo principio della dinamica

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 0$$

$$\boxed{\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{costante}}$$

P quantità di moto totale del sistema,
costituito dai due corpi interagenti solo fra di loro,
si conserva

IMPUSLO

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \qquad d\mathbf{p} = \mathbf{F}\,dt$$

$$\boxed{\mathbf{I} = \int_0^t \mathbf{F}\,dt = \int_{\mathbf{p}_0}^{\mathbf{p}} d\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \Delta\mathbf{p}}$$

$\boxed{\mathbf{I}\text{ impulso della forza }\mathbf{F}}$

Se $\mathbf{F} = \text{costante}$

$$\mathbf{F} \cdot t = m\,(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$$

$$\mathbf{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \mathbf{p} = \text{costante}$$

Principio di inerzia

Principio di sovrapposizione

Interazione fra i corpi 1 e 2

$\mathbf{a}_{12}$ accelerazione di 1
dovuta all'interazione con 2

$\mathbf{F}_{12} = m_1 \, \mathbf{a}_{12}$

Interazione fra i corpi 1 e 3

$\mathbf{a}_{13}$ accelerazione di 1
dovuta all'interazione con 3

$\mathbf{F}_{13} = m_1 \, \mathbf{a}_{13}$

Interazione simultanea di 1 con 2 e 3

$\mathbf{a}_1$ accelerazione di 1
dovuta all'interazione con 2 e 3

Sperimentalmente si verifica che

$$\boxed{\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_{12} + \mathbf{a}_{13}}$$

$\mathbf{a}_1$ = somma vettoriale delle accelerazioni che ciascuna forza avrebbe determinato agendo da sola

$$m_1\mathbf{a}_1 = m_1\mathbf{a}_{12} + m_1\mathbf{a}_{13}$$

$$\boxed{\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13}}$$

$\mathbf{F}_1$ risultante delle forze agenti sul corpo 1 determina il moto

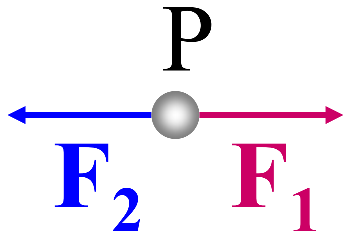
Se $\mathbf{F}_1 = 0 \Rightarrow \mathbf{a}_1 = 0$

Statica del punto materiale

$\mathbf{F} = 0, \ \mathbf{v}_0 = 0$
condizioni di equilibrio stabile
per un punto materiale P

Se su P agiscono $\mathbf{F}_1$ ed $\mathbf{F}_2$

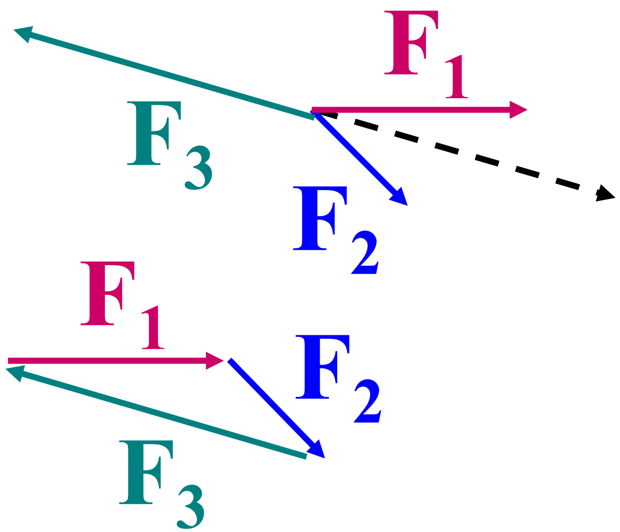
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2}$$



Se su P agiscono $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3$

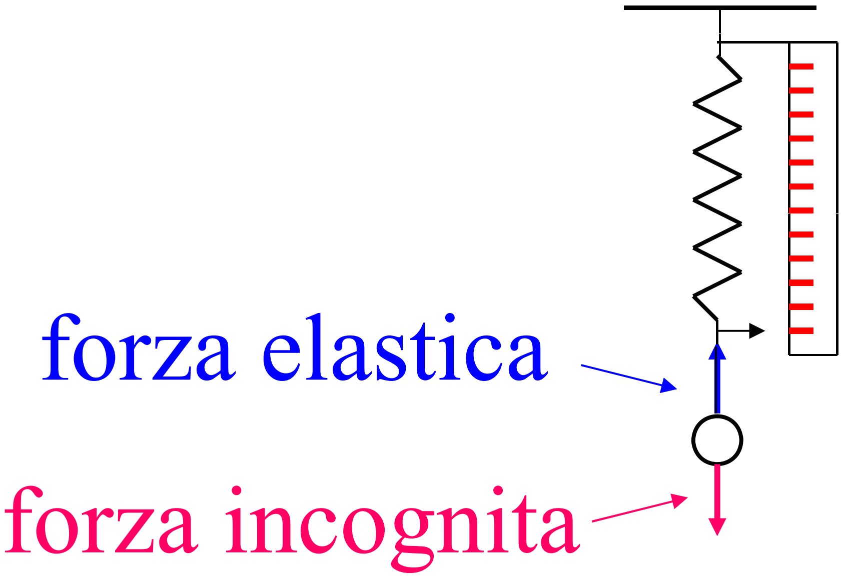
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{F}_3 = -(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)}$$



Misura statica di una forza: dinamometro

La forza da misurare viene equilibrata
con una forza nota variabile, la forza elastica,
proporzionale all'allungamento



Forze fondamentali:
gravitazionali, elettro – deboli, nucleari "forti"

Problema fondamentale della dinamica

Note la massa di un corpo e le forze agenti su di esso, determinarne il moto risolvendo l'equazione

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$$

In coordinate cartesiane

$$F_X = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad F_Y = m\frac{d^2y}{dt^2} \qquad F_Z = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

Integrando le tre equazioni,
con la conoscenza delle condizioni iniziali,
si ricavano $x(t), \quad y(t), \quad z(t)$

Esempi di forze

Forza peso:

forza di attrazione esercitata dalla terra su ogni corpo

F = **mg** = costante, diretta lungo la verticale
determina un moto rettilineo
uniformemente accelerato

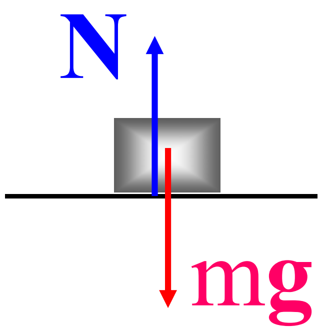
Reazioni vincolari

Si originano quando un corpo è a contatto con un altro che pone delle limitazioni al suo moto:

Corpo poggiato su un piano

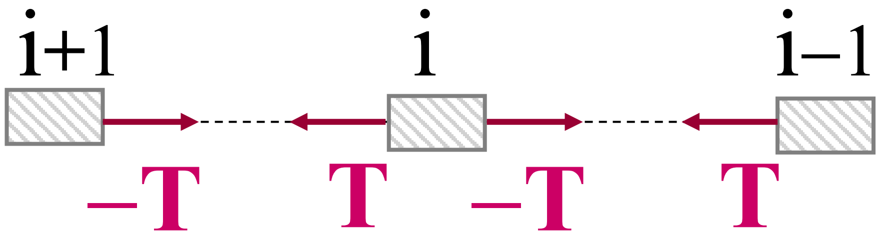
$$\mathbf{N} + \mathbf{mg} = 0$$

$$\mathbf{N} = -\,\mathbf{mg}$$



Tensione del filo (inestensibile, privo di massa) = forza esercitata dal filo teso

Filo teso in condizioni di equilibrio:
consideriamo tre elementi contigui del filo



Per il III principio
$-\mathbf{T}$ forza applicata da $i-1$ ad i
$\mathbf{T}$ forza applicata da i ad $i-1$

Condizione di equilibrio per l' elemento i $\Rightarrow$
$\mathbf{T}$ forza applicata da $i+1$ ad i
$-\mathbf{T}$ forza applicata da i ad $i+1$

La **tensione T** è la stessa in ogni elemento

$\mathbf{F}_A$ ed $\mathbf{F}_B$ forze applicate nei due estremi per tendere il filo

$$\mathbf{F}_B = -\mathbf{T} \qquad \mathbf{F}_A = \mathbf{T} \qquad \mathbf{F}_B = -\mathbf{F}_A = \mathbf{F}$$

T forza esercitata agli estremi dal filo teso

Modulo della tensione **T** =
modulo della forza applicata **F**

Filo teso in moto:
tutti i punti si muovono con la stessa accelerazione

Filo privo di massa $\Leftrightarrow$ m = 0 $\Rightarrow$ m**a** = 0 $\Rightarrow$

T è ancora la stessa in ogni punto

Il filo può non essere rettilineo

Esempio: filo avvolto attorno ad un disco (carrucola) per cambiare la direzione della forza