

CAMPO DI FORZE CENTRALI

\mathbf{F} , forza agente sul punto materiale, in ogni punto P è sempre diretta lungo la retta che congiunge P con un punto fisso O “ **centro di forza** “

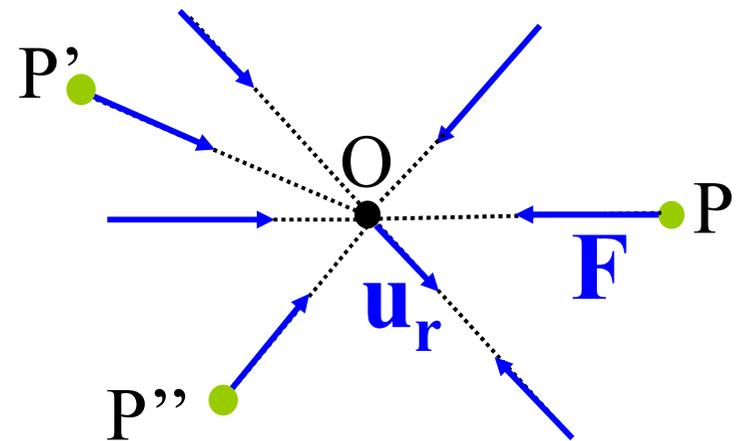
$|\mathbf{F}|$ funzione solo di r , distanza di P da O

$$\mathbf{F} = F(r) \mathbf{u}_r$$

dove

\mathbf{u}_r versore della retta che congiunge O con il generico punto P

$F(r)$ componente di \mathbf{F} nella direzione di \mathbf{u}_r



$F(r) > 0$ se \mathbf{F} repulsiva

$F(r) < 0$ se \mathbf{F} attrattiva

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{OP} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = 0 \Rightarrow$$

\mathbf{L}_O vettore costante

\mathbf{L}_O costante in modulo direzione e verso

$\mathbf{L}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \perp$ al piano definito da \mathbf{r} e \mathbf{v}

Direzione di \mathbf{L}_O costante



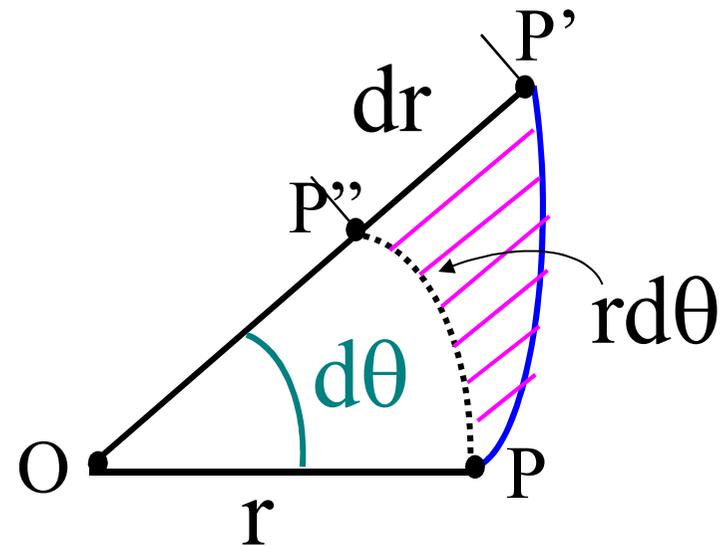
il **moto** del punto materiale si svolge in un **piano**

Verso di \mathbf{L}_O costante \Rightarrow

il verso di percorrenza sulla traiettoria è fissato

Moto piano in coordinate polari

$$L_O = mr^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{costante}$$



dA = area descritta dal raggio vettore in un intervallo di tempo dt = area della regione delimitata da O, P, P'

Essendo l'area della regione delimitata da P, P', P'' un infinitesimo di ordine superiore \Rightarrow

$$dA \cong \text{area del settore circolare } O, P, P''$$

$$dA = \frac{1}{2} r \cdot r d\theta = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

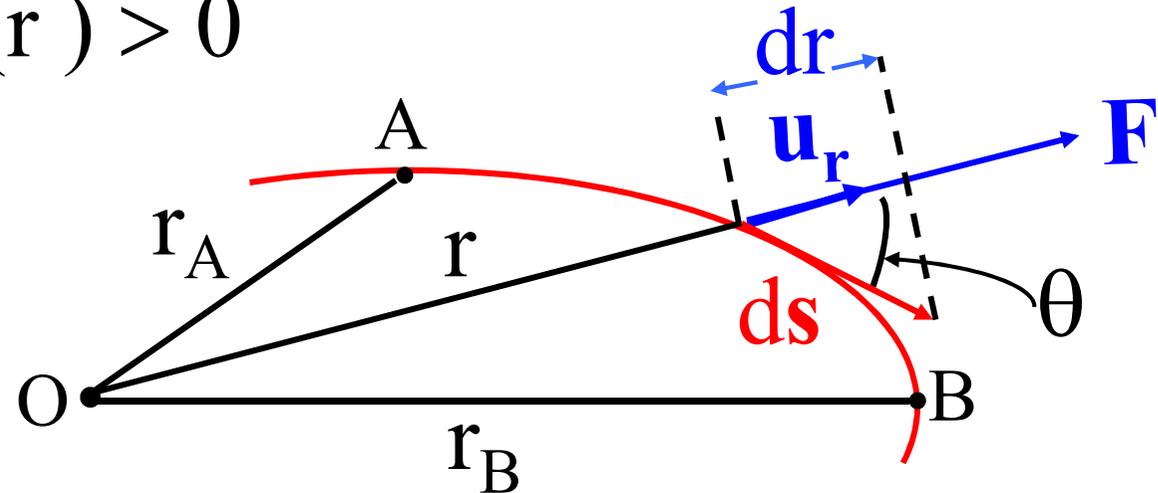
$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} \quad \text{velocità areale}$$

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{L_o}{m} \Rightarrow$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \frac{L_o}{m} = \text{costante}$$

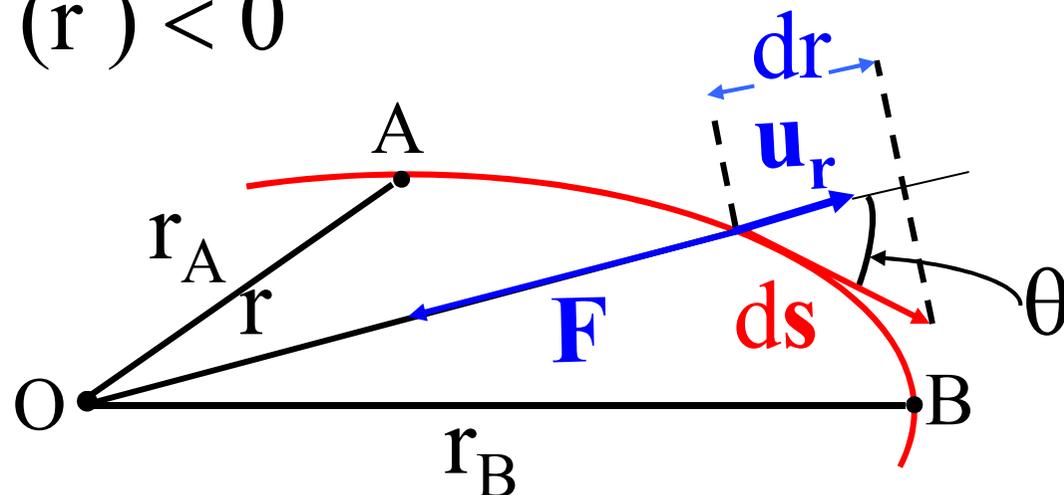
LAVORO DI UNA FORZA CENTRALE

F repulsiva: $F(r) > 0$



dr componente di **ds** nella direzione di **u_r**

F attrattiva : $F(r) < 0$



$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B F(r) \mathbf{u}_r \cdot d\mathbf{s} =$$

$$\int_A^B F(r) |\mathbf{u}_r| \cdot |d\mathbf{s}| \cdot \cos\theta = \int_{r_A}^{r_B} F(r) dr$$

W, indipendente dalla traiettoria,
dipende solo da r_A ed r_B

le forze centrali sono conservative

$$W = f(r_B) - f(r_A) = E_P(A) - E_P(B)$$