

# CAMPO DI FORZE CENTRALI

$\mathbf{F}$ , forza agente sul punto materiale, in ogni punto  $P$  è sempre diretta lungo la retta che congiunge  $P$  con un punto fisso  $O$  “ **centro di forza** “

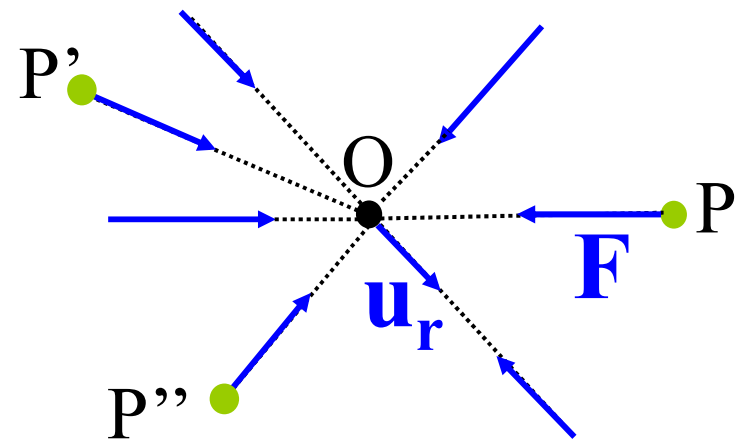
$|\mathbf{F}|$  funzione solo di  $r$ , distanza di  $P$  da  $O$

$$\mathbf{F} = F(r) \mathbf{u}_r$$

dove

$\mathbf{u}_r$  versore della retta che congiunge  $O$  con il generico punto  $P$

$F(r)$  componente di  $\mathbf{F}$  nella direzione di  $\mathbf{u}_r$



$F(r) > 0$  se  $\mathbf{F}$  repulsiva

$F(r) < 0$  se  $\mathbf{F}$  attrattiva

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{OP} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$\mathbf{L}_O$  vettore costante

$\mathbf{L}_O$  costante in modulo direzione e verso

$\mathbf{L}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \perp$  al piano definito da  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}$

**Direzione di  $\mathbf{L}_O$  costante**



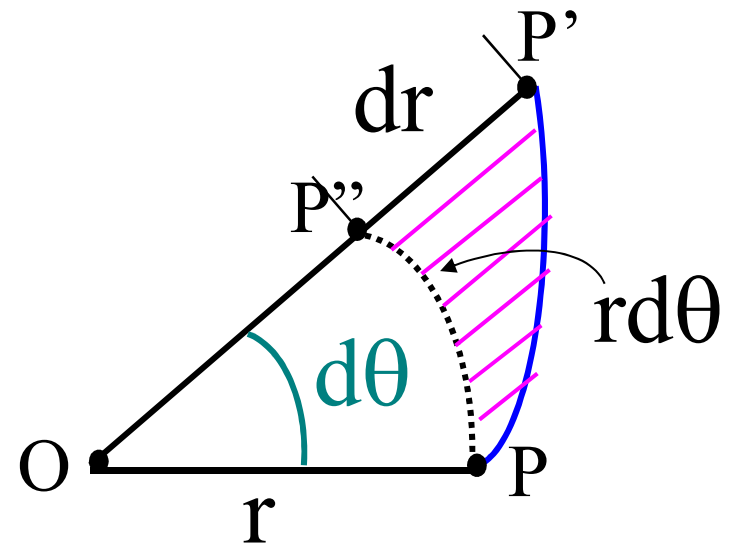
il **moto** del punto materiale si svolge in un **piano**

Verso di  $\mathbf{L}_O$  costante  $\Rightarrow$

il verso di percorrenza sulla traiettoria è fissato

## Moto piano in coordinate polari

$$L_O = mr^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{costante}$$



$dA$  = area descritta dal raggio vettore in un intervallo di tempo  $dt$  = area della regione delimitata da  $O, P, P'$

Essendo l'area della regione delimitata da  $P, P', P''$  un infinitesimo di ordine superiore  $\Rightarrow$

$$dA \cong \text{area del settore circolare } O, P, P''$$

$$dA = \frac{1}{2} r \cdot r d\theta = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

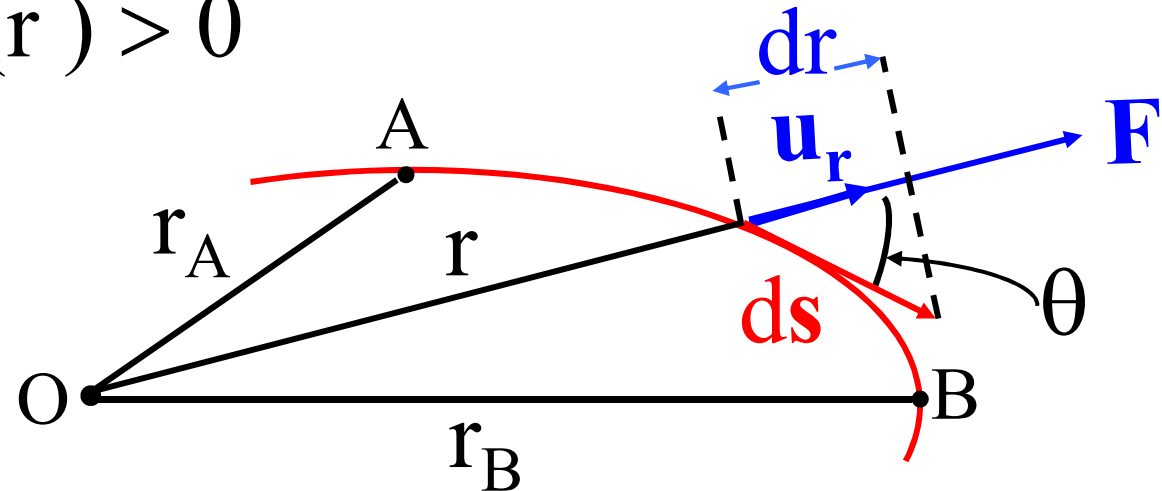
$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} \quad \text{velocità areale}$$

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{L_o}{m} \Rightarrow$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \frac{L_o}{m} = \text{costante}$$

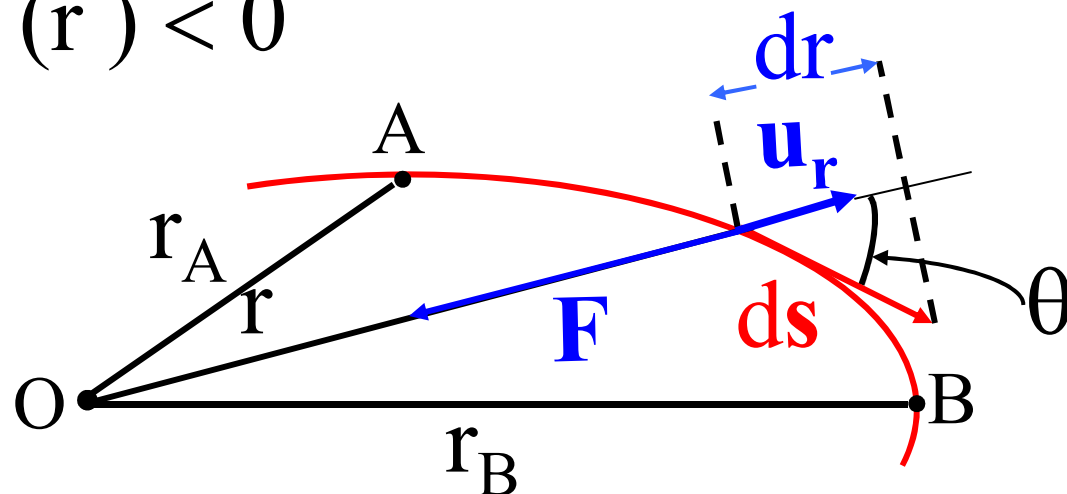
# LAVORO DI UNA FORZA CENTRALE

**F** repulsiva:  $F(r) > 0$



**dr** componente di **ds** nella direzione di **u<sub>r</sub>**

**F** attrattiva :  $F(r) < 0$



$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B F(r) \mathbf{u}_r \cdot d\mathbf{s} =$$

$$\int_A^B F(r) |\mathbf{u}_r| \cdot |d\mathbf{s}| \cdot \cos\theta = \int_{r_A}^{r_B} F(r) dr$$

W, indipendente dalla traiettoria,  
dipende solo da  $r_A$  ed  $r_B$

**le forze centrali sono conservative**

$$W = f(r_B) - f(r_A) = E_P(A) - E_P(B)$$