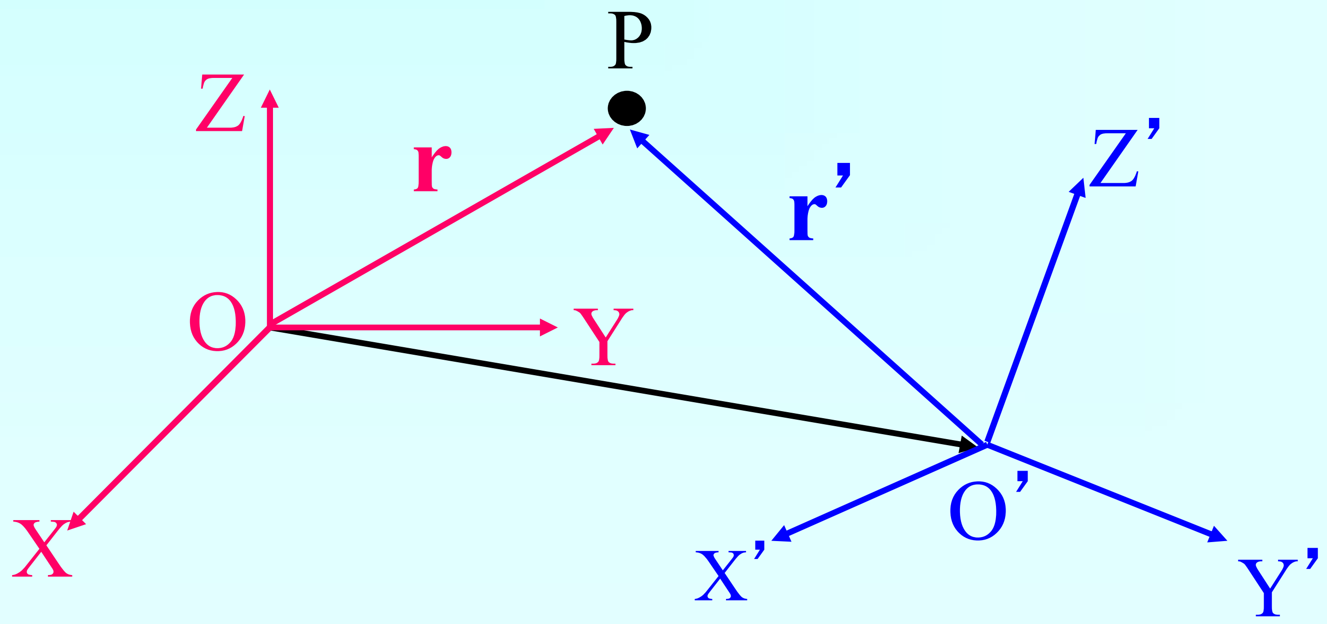
MOTI RELATIVI

OXYZ sistema “ fisso”

O’ X’ Y’ Z’ sistema in moto rototraslatorio rispetto ad O, trasla con velocità $\mathbf{v}_{O'}$ ruota con velocità angolare ω



$$\mathbf{r} = \mathbf{OP} = \mathbf{OO'} + \mathbf{O'P} = \mathbf{OO'} + \mathbf{r'}$$

$$\mathbf{OO'} = x_{O'}\,\mathbf{i} + y_{O'}\,\mathbf{j} + z_{O'}\,\mathbf{k}$$

$$\boxed{\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}}$$

$$\boxed{\mathbf{r'} = x'\,\mathbf{i'} + y'\,\mathbf{j'} + z'\,\mathbf{k'}}$$

Velocità di O' riferita al sistema fisso

$$\mathbf{v}_{O'} = \frac{d\mathbf{OO'}}{dt} = \frac{dx_{O'}}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy_{O'}}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz_{O'}}{dt}\mathbf{k}$$

Velocità di P nel sistema fisso

$$\boxed{\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}}$$

Velocità di P nel sistema mobile

$$\mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{dx'}{dt}\mathbf{i}' + \frac{dy'}{dt}\mathbf{j}' + \frac{dz'}{dt}\mathbf{k}'$$

i', **j'**, **k'** non sono vettori costanti,
ma la loro direzione varia nel tempo

Si può dimostrare che

$$\frac{d\mathbf{i}'}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{i}' \qquad \frac{d\mathbf{j}'}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{j}' \qquad \frac{d\mathbf{k}'}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{k}'$$

formule di Poisson

Per determinare una relazione tra la velocità **v** di P nel sistema "fisso" e la velocità **v'** di P nel sistema mobile si deriva rispetto al tempo la relazione

$$\mathbf{r} = \mathbf{OP} = \mathbf{OO'} + \mathbf{O'P} = \mathbf{OO'} + \mathbf{r'} \qquad (*)$$

Si può dimostrare che

$$\boxed{\mathbf{v} = \mathbf{v}_{O'} + \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'}$$

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}' = \mathbf{v}_{O'} + \omega \times \mathbf{r}'$$

P* punto solidale con il sistema mobile ($\mathbf{v}' = 0$)

velocità di P* in O =

velocità di trascinamento

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{v}_{O'} + \omega \times \mathbf{r}'$$

Relazione tra accelerazione assoluta e accelerazione relativa

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_{O'}}{dt} + \frac{d\mathbf{v}'}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}'}{dt}$$

Si può dimostrare che

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{O'} + \mathbf{a}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}'$$

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{a}_{O'} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}' + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'}$$

P* punto solidale con il sistema mobile ($\mathbf{v}' = 0$, $\mathbf{a}' = 0$)

Accelerazione di P* = accelerazione di trascinamento

$$\boxed{\mathbf{a}_T = \mathbf{a}_{O'} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}'}$$

$$\boxed{\mathbf{a}_C = 2\,\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' \quad \text{accelerazione di Coriolis}}$$

$\mathbf{a}_C = 0$ se $\mathbf{v}' = 0$ oppure $\boldsymbol{\omega} \,//\, \mathbf{v}'$

Se ω costante $\quad \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}' = 0$

In generale: $\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_C}$

SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI

In questi sistemi vale il principio d' inerzia:

$\mathbf{F} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a} = 0$

$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$ legge di Newton

in un sistema inerziale

F **forza vera**, dovuta all' interazione del punto materiale con gli altri corpi

In generale per un sistema in moto rispetto ad un sistema inerziale

$\mathbf{a} \neq \mathbf{a'} \Leftrightarrow \mathbf{F} \neq \mathbf{F'}$

differente descrizione del moto nei due sistemi

Sistema in moto traslatorio uniforme:

$$\mathbf{v}_{O'} = \text{costante} \qquad \mathbf{a}_{O'} = 0 \qquad \omega = 0$$

$$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}'}$$

Anche questo sistema è inerziale

è impossibile definire un **sistema assoluto**

Sistema in moto accelerato:

$$\mathbf{a}_{O'} \neq 0 \qquad \omega \neq 0$$

$$\boxed{\mathbf{a} \neq \mathbf{a}'}$$

$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$ legge del moto nel sistema inerziale

$\mathbf{F} \neq m\,\mathbf{a}'$ nel sistema in moto accelerato

Per applicare la legge di Newton nei sistemi non inerziali si introducono le **forze apparenti**

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_C$$

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{a}' + m\mathbf{a}_T + m\mathbf{a}_C$$

$$\mathbf{F} - m\mathbf{a}_T - m\mathbf{a}_C = m\mathbf{a}'$$

F **forza reale**

$-m\mathbf{a}_T$, $-m\mathbf{a}_C$ **forze apparenti**