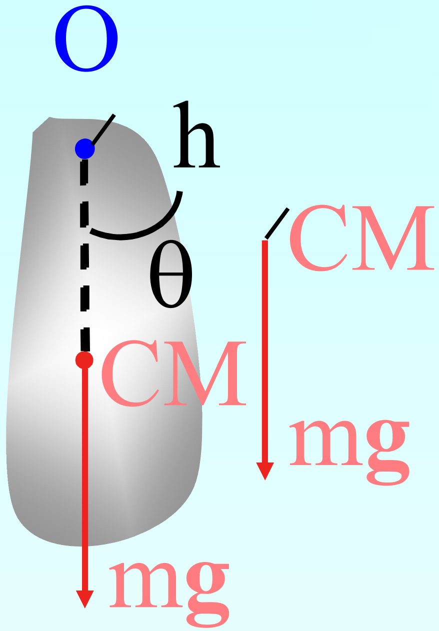
PENDOLO COMPOSTO

Corpo rigido che ruota attorno ad un asse fisso orizzontale a causa della forza peso



O traccia dell'asse di rotazione

Equazione del moto rotatorio

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$$

$$L_Z = I_Z\omega$$

$$M_Z = \frac{dL_Z}{dt} = I_Z\frac{d\omega}{dt} = I_Z\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Forze agenti:

forza peso,

reazione vincolare esercitata dall' asse

Se non c' è attrito, il momento della reazione vincolare è nullo rispetto al polo O, quindi

$$\boxed{M_z = -\, mgh\,\mathrm{sen}\theta}$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I_z}\,\mathrm{sen}\theta = 0}$$

equazione del moto equivalente

a quella di un pendolo semplice di lunghezza

$$\boxed{\ell = \frac{I_z}{mh}}$$

Per piccole oscillazioni $\operatorname{sen}\theta \cong \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I_z}\theta = 0$$

$$\theta = \theta_0 \operatorname{sen}\left(\Omega t + \Phi\right)$$ legge oraria

$$\Omega^2 = \frac{mgh}{I_Z}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

ℓ **lunghezza ridotta** del pendolo composto

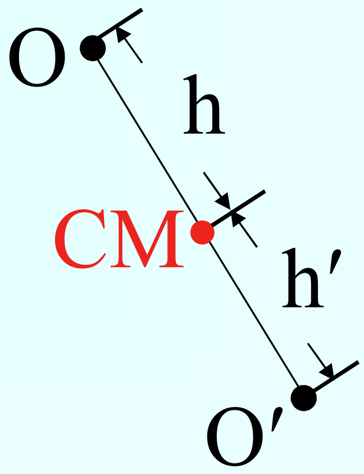
Il moto del pendolo è armonico semplice

Per il teorema di Steiner: $\boxed{I_Z = I_{CM} + mh^2}$

I_{CM} momento d' inerzia rispetto all'asse passante per CM

$$\ell = \frac{I_{CM} + mh^2}{mh} = \frac{I_{CM}}{mh} + h = h' + h > h$$

dove $\frac{I_{CM}}{mh} = h'$



O′ punto distante h′ da CM
Facciamo oscillare il pendolo
attorno ad un asse parallelo passante per O′

I′ momento d’inerzia rispetto all’ asse passante per O′

$$\ell' = \frac{I'}{mh'} = \frac{I_{CM}}{mh'} + \frac{mh'^2}{mh'} = h + h' = \ell$$

Il pendolo oscilla con lo stesso periodo attorno agli assi passanti per O e O′

Assi passanti per O e O′ = assi reciproci