DINAMICA DELL' URTO

Due punti materiali di masse m_1 ed m_2
si muovono sotto l'azione delle forze esterne
$\mathbf{F}_{1EST}$ e $\mathbf{F}_{2EST}$

Ad un certo istante vengono in contatto fra loro

Definizione di urto

Interazione tra due punti materiali che ha luogo in un **intervallo di tempo Δt, molto breve** rispetto al tempo di osservazione del sistema, in cui si sviluppano **forze molto intense**

$\mathbf{F}_{12}$ forza agente su m_1

dovuta all'interazione con m_2

$\mathbf{F}_{21}$ forza agente su m_2

dovuta all'interazione con m_1

$\boxed{\mathbf{F}_{12}\,,\,\mathbf{F}_{21}\quad \textbf{forze impulsive}}$ $\boxed{\mathbf{F}_{12} = -\,\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}}$

t_I = istante di inizio dell' urto

$t_F = t_I + \Delta t =$ istante finale

$$\mathbf{J}_1 = \int_{t_I}^{t_F} \mathbf{F}_{12}\, dt \qquad \text{impulso di } \mathbf{F}_{12}$$

$$\mathbf{J}_2 = \int_{t_I}^{t_F} \mathbf{F}_{21}\, dt \qquad \text{impulso di } \mathbf{F}_{21}$$

$$\boxed{\mathbf{J}_1 = -\,\mathbf{J}_2}$$

$\mathbf{J}_1$ e $\mathbf{J}_2$, impulsi delle forze di interazione, determinano variazioni di quantità di moto confrontabili con le quantità di moto di m_1 ed m_2 prima dell'urto

Relativamente all'intervallo di tempo Δt

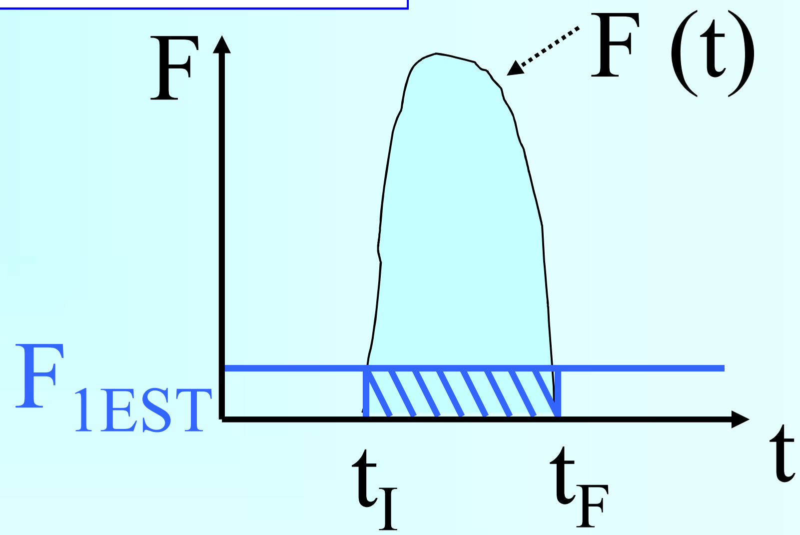
$$\mathbf{J}_{1EST} = \int_{t_I}^{t_F} \mathbf{F}_{1EST}\, dt \qquad \mathbf{J}_{2EST} = \int_{t_I}^{t_F} \mathbf{F}_{2EST}\, dt$$

$$\begin{cases} \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_{1EST} = \Delta \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_{2EST} = \Delta \mathbf{p}_2 \end{cases}$$

Impulso della forza interna **F**

direzione di **F** costante

Impulso della forza esterna $\mathbf{F}_{1EST}$



$$\begin{cases} J_{1EST} \ll J_1 \\ J_{2EST} \ll J_2 \end{cases}$$

durante l'urto il sistema può considerarsi isolato

$$\begin{cases} \mathbf{J}_1 = \Delta \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{J}_2 = \Delta \mathbf{p}_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Delta \mathbf{p}_1 = -\Delta \mathbf{p}_2}$$

$$\boxed{\Delta \mathbf{P} = \Delta \mathbf{p}_1 + \Delta \mathbf{p}_2 = 0}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$$

quantità di moto totale del sistema si conserva

Urti elastici:
si conserva l'energia meccanica

Urti anelastici:
parte dell'energia viene convertita
in altre forme di energia

Urti perfettamente anelastici:
i due corpi dopo l'urto
procedono uniti con la stessa velocità

Urto perfettamente anelastico

Sistema **isolato** costituito da m_1 ed m_2

si conserva la quantità di moto

$\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ velocità prima dell' urto

$\mathbf{v}'$ velocità dopo l' urto

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2)\, \mathbf{v}'$$

$$\mathbf{v}' = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2} = \mathbf{v}_{CM}$$

$\mathbf{v}_{\mathbf{CM}}$ costante nell'urto

$$E_{KI} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{CM}^2 + E'_K$$

$$E_{KF} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{CM}^2$$

$$\boxed{\Delta E_K = E_{KF} - E_{KI} = E'_K}$$

E'_K energia cinetica rispetto a CM viene assorbita nell' urto

Urto elastico

Sistema **isolato ($R^E = 0$)** costituito da m_1 ed m_2

$\mathbf{v}_{1I}$, $\mathbf{v}_{2I}$ velocità prima dell' urto

$\mathbf{v}_{1F}$, $\mathbf{v}_{2F}$ velocità dopo l' urto

Si conserva **la quantità di moto**

Si conserva **l'energia meccanica**

$E = E_K + E_P$

Essendo Δt molto piccolo,

E_P si può considerare costante,

per cui si conserva **l'energia cinetica**

$$\begin{cases} m_1\,\mathbf{v}_{1I} + m_2\,\mathbf{v}_{2I} = m_1\,\mathbf{v}_{1F} + m_2\,\mathbf{v}_{2F} \\ \frac{1}{2}m_1 v_{1I}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2I}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1F}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2F}^2 \end{cases}$$

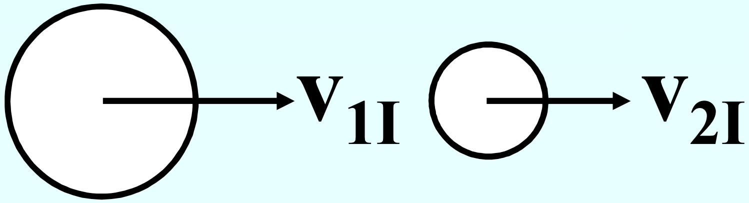
Note $\mathbf{v}_{1I}$ e $\mathbf{v}_{2I}$

non è possibile determinare $\mathbf{v}_{1F}$ e $\mathbf{v}_{2F}$

(4 equazioni scalari, 6 incognite)

Urto centrale: le velocità dei due corpi sono dirette lungo la retta congiungente i centri di massa prima e dopo l' urto

URTO **UNIDIMENSIONALE**



Urto centrale elastico

$$m_1 v_{1I} + m_2 v_{2I} = m_1 v_{1F} + m_2 v_{2F}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1I}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2I}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1F}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2F}^2$$

$$m_1 \left(v_{1I} - v_{1F}\right) = - m_2 (v_{2I} - v_{2F})$$

$$m_1 \left(v_{1I}^2 - v_{1F}^2\right) = - m_2 (v_{2I}^2 - v_{2F}^2)$$

Dividendo la II equazione per la I

$$\boxed{\begin{aligned} & v_{1I} + v_{1F} = v_{2I} + v_{2F} \\ & m_1 \left(v_{1I} - v_{1F}\right) = - m_2 (v_{2I} - v_{2F}) \end{aligned}}$$

sistema di I grado di due equazioni in due incognite

URTI TRA CORPI RIGIDI

Si applicano
le leggi di conservazione della dinamica
in modo opportuno

Caso a)

$R^E = 0$ i corpi **non sono vincolati**

Urto elastico:

Si conserva la quantità di moto

Si conserva l'energia cinetica

Si conserva il momento angolare L_O,
se $M^E = 0$ rispetto ad un determinato polo O

Urto anelastico:

Si conserva la quantità di moto

Si conserva il momento angolare L_O,
se $\mathbf{M}^E = 0$ rispetto ad un determinato polo O

Non si conserva l'energia cinetica

Caso b)

$\mathbf{R}^{E} \neq 0$ (i corpi **sono vincolati**)

Urto elastico:

Si conserva l'energia cinetica

Si conserva il momento angolare L_O,

se $\mathbf{M}^{\mathbf{E}} = 0$ rispetto ad un determinato polo O

Non si conserva la quantità di moto

Urto anelastico:

Si conserva il momento angolare L_O,

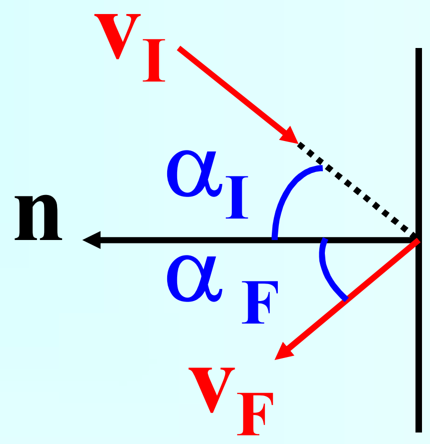
se $M^E = 0$ rispetto ad un determinato polo O

Non si conserva l'energia cinetica

Non si conserva la quantità di moto

Urto elastico di una sfera lanciata contro una parete liscia fissa

La forza tra sfera e parete è $\perp$ alla parete:
l' urto può essere descritto nel **piano di incidenza**, individuato dalla velocità iniziale $\mathbf{v_I}$ e da $\mathbf{n}$ normale alla parete nel punto di incidenza



$$\mathbf{v}_{2I} = \mathbf{v}_{2F} = 0 \qquad \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}$$

In direzione // al piano

$$F_{//} = 0 \;\Rightarrow\; v_{I//} = v_{F//}$$

$$v_I \text{ sen } \alpha_I = v_F \text{ sen } \alpha_F$$

In direzione $\perp$ al piano (urto centrale)

$$v_{I\perp} = -v_{F\perp}$$

$$v_I \cos\alpha_I = -v_F \cos\alpha_{\mathbf{F}}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_I = -\,\mathrm{tg}\,\alpha_F$$

$$\alpha_I = -\alpha_{\mathbf{F}}$$

legge della riflessione meccanica

$$v_I^2 = v_F^2$$