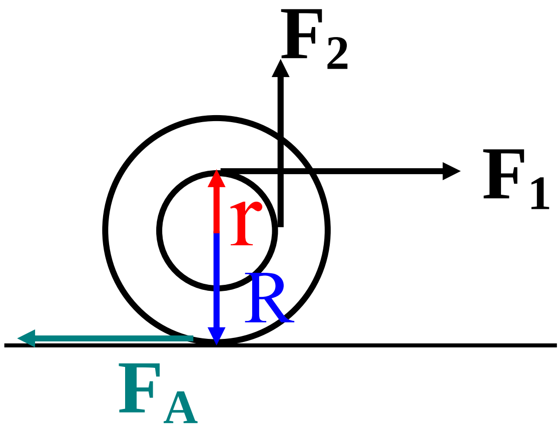
N.1 –



$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

Condizione di equilibrio

$\mathbf{R_E} = 0 \quad \mathbf{M_E} = 0$

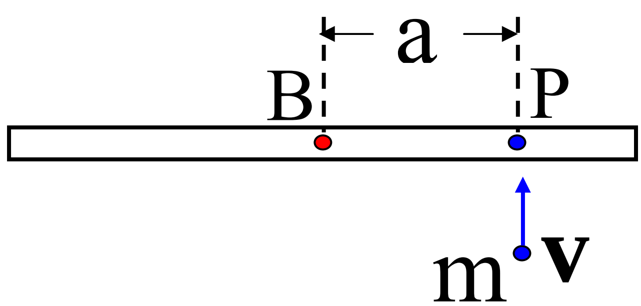
$$\begin{cases} F_1 - F_A = 0 & F_1 = \dfrac{F_2}{R + r} r \\ F_2 r - F_1 r - F_A R = 0 \;\Rightarrow & \\ N + F_2 - Mg = 0 & N = 33.2\ \text{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_A = Ma_{CM} & a_{CM} = F_A / M \\ F_2 r - F_A R = I\alpha \Rightarrow & \\ \alpha = a_{CM} / R & F_A = \dfrac{2}{3} F_2 \dfrac{r}{R} \end{cases}$$

$$F_A \leq \mu_S N \qquad \mu_S \geq \frac{F_A}{N}$$

$$\mu_{SMIN} = \frac{F_A}{N}$$

N.2 –



1) moto dopo l' urto: traslazione di CM + rotazione attorno ad un asse passante per CM del sistema dopo l' urto

2) sistema isolato $\Rightarrow$ conservazione della quantità di moto

$mv = (m+M)\, V_{CM} \Rightarrow$

$$V_{CM} = \frac{mv}{m + M} = 4\ \text{m/s}$$

posizione di CM dopo l' urto rispetto al punto P

$$d_{CM} = \frac{Ma}{m + M}$$

$M_Z = 0 \Rightarrow$ conservazione di L_Z momento angolare assiale (asse z $\equiv$ asse passante per CM)

$$mvd_{CM} = I_{CM}\,\omega \;\Rightarrow\; \omega = \frac{mvd_{CM}}{I_{CM}} = 10.6\ \text{rad/s}$$

$$I_{CM}=\frac{M\ell^2}{12}+M(a-d_{CM})^2+md_{CM}^2$$

$$M(a-d_{CM})^2=M\left(a-\frac{Ma}{m+M}\right)^2 = \;=M\left(\frac{m}{m+M}a\right)^2$$

$$md_{CM}{}^2=m\left(\frac{Ma}{m+M}\right)^2$$

$$I_{CM}=\frac{M\ell^2}{12}+\frac{mMa^2}{m+M}=0.11\ \text{Kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\omega=\frac{va}{a^2+\frac{m+M}{m}\frac{\ell^2}{12}}$$

4) $$\frac{d\omega}{da}=0\Rightarrow\frac{v\left(a^2+\frac{m+M}{m}\frac{\ell^2}{12}\right)-2va^2}{\left(a^2+\frac{m+M}{m}\frac{\ell^2}{12}\right)^2}=0$$

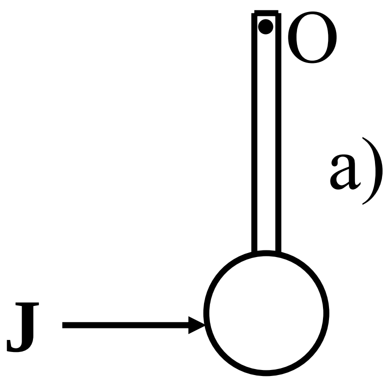
$$va^2-2va^2+v\frac{m+M}{m}\frac{\ell^2}{12}=0$$

$$a^2=\frac{m+M}{m}\frac{\ell^2}{12}\qquad a=\frac{\ell}{2}\sqrt{\frac{m+M}{3m}}=0.5\ \text{m}$$

5) $$\Delta E_K=\frac{1}{2}I_{CM}\,\omega^2+\frac{1}{2}(m+M)\,v_{CM}^2-\frac{1}{2}mv^2=17.8\ \text{J}$$

N.3 –

1) $I = I_{ASTA} + I_{DISCO}$



$$I_O=\frac{ML^2}{3}+\frac{1}{2}MR^2+M(L+R)^2=$$

$$=\frac{65}{3}MR^2=0.11\text{Kg}\cdot\text{m}^2$$

2) posizione di CM rispetto ad O

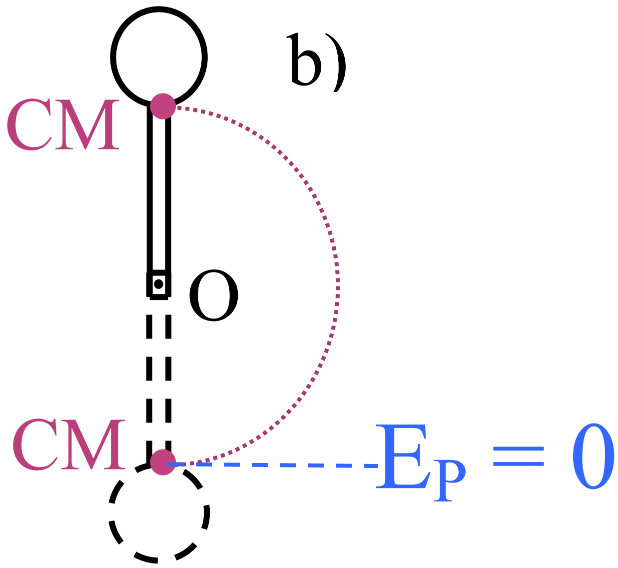
$$y_{CM}=\frac{MR+M3R}{2M}=2R$$

3) $\mathbf{r}\times\mathbf{J}=\Delta\mathbf{L}$

$J\cdot 3R = I_O\omega_0$

$$J = \frac{I\omega_0}{3R}$$

perché il sistema compia un giro completo, deve giungere con $\omega = 0$ nella posizione in figura b)



conservazione dell' energia meccanica

$E_{KI} + E_{PI} = E_{PF} + E_{KF}$

$E_{KI} = \frac{1}{2} I_O \omega_0^2 \quad E_{PI} = 0$

$E_{KF} = 0 \qquad E_{PF} = 2Mg \cdot 2y_{CM}$

$$\frac{1}{2} I_O \omega_0^2 = 2Mg \cdot 2y_{CM} \Rightarrow$$

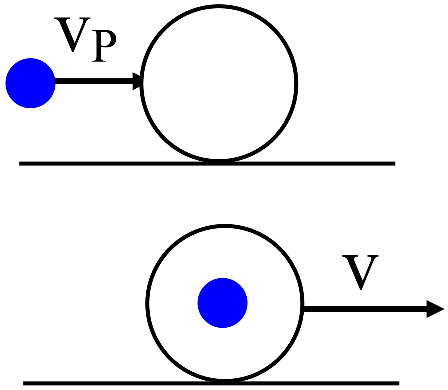
$\omega_0 = 12$ rad/s $\quad J = 4.4$ N · s

N.4 –

v_P velocità di m prima dell' urto

il sistema è isolato $\Rightarrow$ si conserva la quantità di moto

$mv_P = (m + M)v_0 \Rightarrow v_0 = 4$ m / s

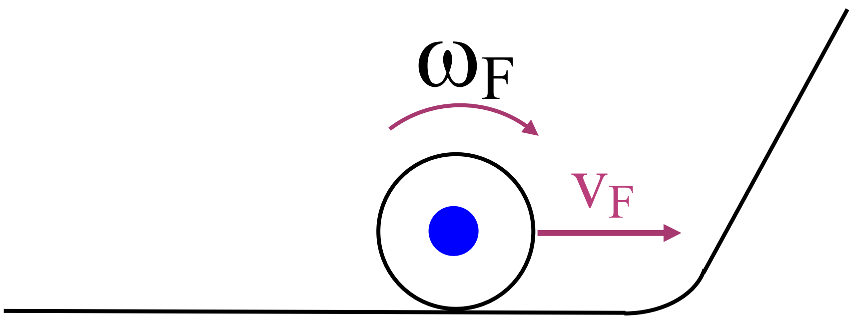


equazioni del moto con strisciamento

$$\begin{cases} R\,F_A = I\,\alpha = I\,\dfrac{d\omega}{dt} \\ (M + m)\, a_{CM} = -F_A \qquad (*) \\ N = (M + m)\, g \\ F_A = \mu_D N = \mu_D (M + m)\, g \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{R\,F_A}{I} \qquad a_{CM} = -\frac{F_A}{M + m}$$

$$I = \frac{2}{5} MR$$



v_0 velocità subito dopo l' urto

$v_{CM}(t) = v_0 + a_{CM} t$

$\omega(t) = \alpha\, t \qquad (\omega_0 = 0)$

t* istante in cui inizia il moto di puro rotolamento

condizione di puro rotolamento

$v_{CM}(t^*) = \omega\,(t^*)\, R$

$$v_F = v_{CM}(t^*) = v_0 - \frac{F_A}{M + m} t^* = \frac{R\,F_A}{I}\, t^* \cdot R$$

$$v_0 = \frac{F_A}{M+m}t^* + \frac{5R^2F_A}{2MR^2}t^*$$

$$t^* = \frac{2M}{\mu_D(7M+5m)g}v_0 = 1.02\,s$$

$V_F = 3\,m/s$

4) $W_A = \Delta E_K = E_{KF} - E_{KI}$

$$E_{KF} = \frac{1}{2}(M+m)v_F^2 + \frac{1}{2}I\omega_F^2$$

$$E_{KI} = \frac{1}{2}(M+m)v_0^2 \qquad (\omega_0 = 0)$$

$W_A = -28.5\,J$

5) conservazione dell' energia meccanica

$$E_{KI} + E_{PI} = E_{PF} + E_{KF}$$

considerando che:

a) $v = 0$ nel punto di massima altezza,

b) ω_F non varia lungo il piano inclinato (momento di $m\mathbf{g}$ nullo rispetto a CM)

$$\Downarrow$$

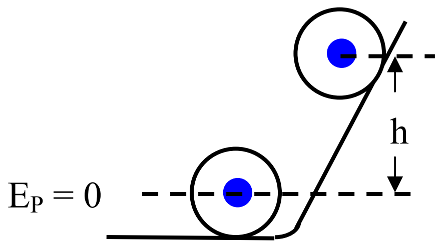
$$E_{KI} = \frac{1}{2}(M+m)v_F^2 + \frac{1}{2}I\omega_F^2$$

$$E_{KF} = \frac{1}{2}I\omega_F^2$$

$E_{PI} = 0 \quad E_{PF} = (M+m)gh$

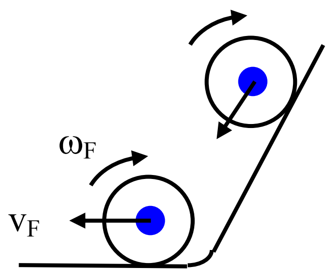
$$\frac{1}{2}I\omega_F^2 + (M+m)gh = \frac{1}{2}(M+m)v_F^2 + \frac{1}{2}I\omega_F^2$$

$$h = \frac{v_F^2}{2g} = 0.46\,m \quad \text{massima altezza}$$



La sfera ritorna sul piano orizzontale:

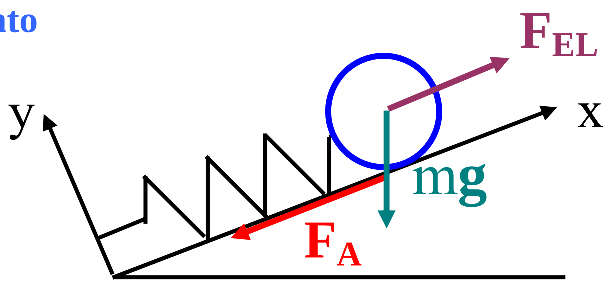
$\left\{\begin{array}{l}\text{rotazione in verso orario} \\ \text{traslazione verso sinistra}\end{array}\right. \Rightarrow$ il moto non è di puro rotolamento



N.5 – Forze agenti: forza peso, forza elastica, reazione vincolare equazioni del moto di **puro rotolamento**

Δx compressione della molla

$$\begin{cases} K\Delta x - mg\,\text{sen}\alpha - F_A = ma_{CM} \\ F_A\, r = I\alpha = \frac{1}{2}mr^2\alpha \\ N = mg\cos\alpha \end{cases}$$



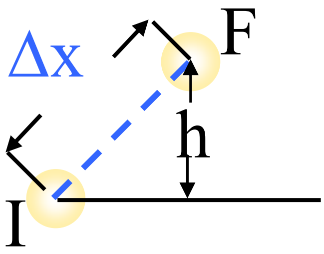
$a_{CM} = \alpha r$ condizione di **puro rotolamento**

$a_{CM} = 6.7\ m/s^2$ $\quad F_A = 13.5\ N$

$F_A \leq \mu_S N \quad F_A \leq \mu_S\, mg\cos\alpha \Rightarrow$

$\mu_S \geq 0.4 \quad \mu_{SMIN} = 0.4$

conservazione dell' energia meccanica



stato iniziale: $E_{PI} = \frac{1}{2}K\Delta x^2$

$E_{KI} = 0$

stato finale: $E_{PF} = mgh$

$E_{KF}\ \frac{1}{2}mv^2_{CM} + \frac{1}{2}I\omega^2$

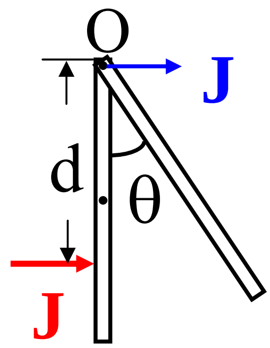
$$\frac{1}{2}K\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2_{CM} + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh$$

$h = \Delta x\ \text{sen}\alpha \qquad \omega = v_{CM}/r$

$$\frac{1}{2}K\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2_{CM} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{v^2_{CM}}{r^2} + mg\Delta x\ \text{sen}\alpha \quad \Rightarrow v_{CM} = 1.44\ m/s$$

N.6 –

1)Teorema del momento dell' impulso



$\mathbf{r} \times \mathbf{J} = \Delta\mathbf{L} \qquad I_O = \frac{mL^2}{3}$

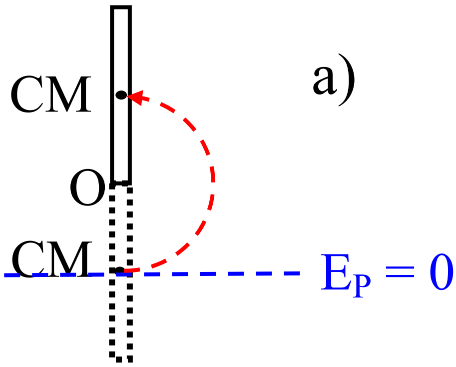
$\mathbf{L}_I = 0 \quad \mathbf{L}_F = I_O\,\boldsymbol{\omega}$

$J \cdot d = I_O\,\omega$

l' asta, per compiere un giro completo, deve ruotare di 180°, giungendo nel punto più alto con $\omega_F \geq 0$

l' impulso minimo J_{MIN} deve determinare una velocità angolare ω_{MIN} tale che sia $\omega_F = 0$

Conservazione dell' energia meccanica



$E_{KI} = \frac{1}{2}I_O\omega^2_{MIN} \qquad E_{PI} = 0$

$E_{KF} = 0 \qquad E_{PF} = mgL$

$$mgL = \frac{1}{2}I_O\omega^2_{MIN} \Rightarrow \omega^2_{MIN} = \frac{6g}{L} = 7.67 rad/s$$

$J_{MIN} = I_O\omega_{MIN}/d = 6.8\ N\cdot s$

2)Il centro di massa descrive una circonferenza di raggio L/2

$$v_{CM} = \omega_{MIN}\frac{L}{2} = 3.83 \text{ m/s}$$

3) $\mathbf{J}_A$ impulso esercitato dall' asse

$\mathbf{J} + \mathbf{J}_A = \Delta\mathbf{P}$ $\quad \mathbf{P}_I = 0 \quad \mathbf{P}_F = m\mathbf{v}_{CM}$

$\mathbf{J}$ e $\mathbf{v}_{CM}$ orizzontali $\Rightarrow$ $\mathbf{J}_A$ orizzontale

$$J + J_A = mv_{CM} = m\omega_{MIN}\frac{L}{2} = 0.87 \text{N}\cdot\text{s}$$

4) per determinare la reazione vincolare $\mathbf{R}$ si utilizza l' equazione del moto del CM

$\mathbf{F_E} = \mathbf{R} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}_{CM}$

nella posizione in fig. a) $(\omega_F = 0)$

R_X componente orizzontale di $\mathbf{R}$

R_Y componente verticale di $\mathbf{R}$

$R_Y + mg = ma_Y = ma_{CENTR}$

$R_X = ma_X = ma_T$

$$a_{CENTR} = \omega_F^2\frac{L}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_Y = -mg$$

$$a_T = \alpha\frac{L}{2} = \frac{M_O^E}{I_O}\frac{L}{2}$$

in a) $M_O^E = 0$ (m$\mathbf{g}$ ed $\mathbf{R}$ hanno momento nullo rispetto ad O)

$\Downarrow$

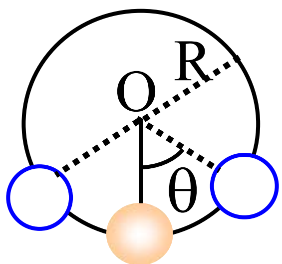
$a_T = 0 \quad \Rightarrow \quad R_X = 0$

$$|R| = 19.6\text{N}$$

N.7 –

1) posizione di CM rispetto ad O

$$y_{CM} = \frac{mR}{m + M}$$

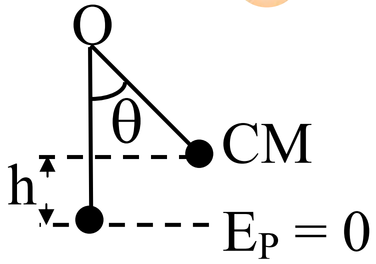


2) conservazione dell' energia meccanica

$h = y_{CM}(1 - \cos\theta)$

I momento d' inerzia rispetto ad O

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2 + mR^2$$



$E_{KI} = 0,\qquad E_{PI} = (m + M)gh$

$E_{KF} = \frac{1}{2}I\omega^2,\qquad E_{PF} = 0$

$$(m+M)gy_{CM}(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\omega^2=\frac{4(m+M)gy_{CM}(1-\cos\theta)}{mr^2+(2m+M)R^2}$$

$v_{CM} = \omega\, y_{CM}$

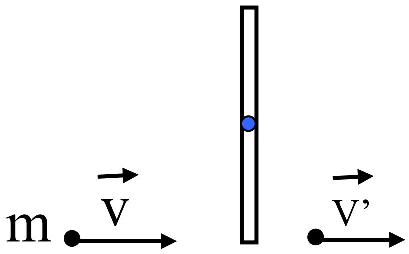
3) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{I}{(m+M)gy_{CM}}}$

N.8 –

a) $\mathbf{M}_E = 0 \Rightarrow$ conservazione del momento angolare rispetto al centro dell' asta

urto elastico $\Rightarrow$ conservazione dell' energia cinetica

verso di v'concorde col verso di v



$$\begin{cases} mv\dfrac{L}{2}=I\omega+mv'\dfrac{L}{2} \\ \dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{1}{2}I\omega^2+\dfrac{1}{2}mv'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m(v-v')\dfrac{L}{2}=I\omega \\ m\left(v^2-v'^2\right)=I\omega^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v-v'=\dfrac{2I\omega}{mL} \\ v+v'=\dfrac{\omega L}{2} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} &\omega = 18 \text{ rad/s} \\ &v' = -3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

verso di v' opposto a quello scelto

b) $\Delta E_K = W_A \Leftrightarrow \; 0-\frac{1}{2}I\omega^2=-\,M_A\theta$

$$\theta=\frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{M_A}=6.3 \text{ rad} \qquad n=\frac{\theta}{2\pi}\cong 1$$

N.9 –

1) Teorema dell' impulso e del momento dell' impulso

$\boxed{\mathbf{J} = \Delta\mathbf{P}}$ $\qquad$ $\boxed{\mathbf{r}\times\mathbf{J} = \Delta\mathbf{L}}$

$J = mv_0$ $\qquad$ $J\cdot h = I\omega_0$

$$I=\frac{2}{5}mr^2 \qquad \omega_0=\frac{J\cdot h}{I}=7\text{rad/s}$$

$v_0 = 7m/s$

condizione di puro rotolamento $\boxed{v_{CM} = \omega R}$

$M_E = 0$ rispetto ad un qualsiasi punto A del piano orizzontale

$\Rightarrow$ conservazione del momento angolare rispetto ad A: $L_I = L_F$

Applicando il teorema di Konig per il calcolo di **L**

$I\omega_0 + Mv_0R = I\omega + Mv_{CM}R \quad \Rightarrow \quad \omega = 12$ rad/s

c) $J \cdot h = I\omega_0 = I\dfrac{v_0}{R} = I\dfrac{J}{MR}$

$$h = \frac{2}{5}R = 0.2m$$

N.10 –

$\mathbf{R}_E = 0$ $\Rightarrow$ conservazione della quantità di moto

$\mathbf{M}_E = 0$ $\Rightarrow$ conservazione del momento angolare

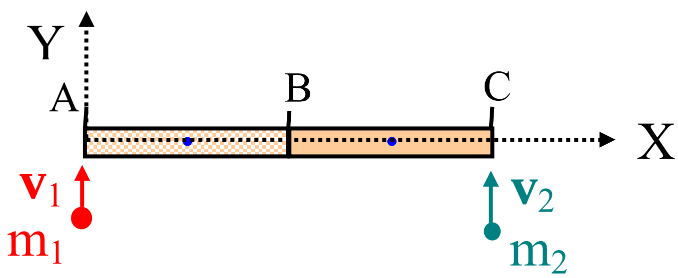
urto elastico $\Rightarrow$ conservazione dell' energia cinetica

$$\begin{cases} mv = Mv_{CM} + m\cdot 0 \\ mvd = I_{CM}\omega \\ \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \dfrac{1}{2}Mv_{CM}^2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema, si ha

$$m = \frac{1}{\dfrac{d^2}{I_{CM}} + \dfrac{1}{M}} = \frac{ML^2}{12\dfrac{L^2}{36} + L^2} = 1.5Kg$$

N.11 –



a) $m_{AB} = 3m_{BC}$

$$x_{CM} = \frac{m_{AB}\dfrac{L}{2} + m_{BC}\dfrac{3}{2}L + m_2 2L}{m_1 + m_2 + m_{AB} + m_{BC}} =$$

0.74L

$\mathbf{R}_E = 0$ $\Rightarrow$ conservazione della quantità di moto

asse z = asse passante per CM

$M_Z = 0 \Rightarrow$ conservazione di L_Z momento angolare assiale

$L_{ZF} = 0 \Rightarrow L_{ZI} = 0$

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2 + m_{AB} + m_{BC})\, v \\ m_1 v_1\, x_{CM} - m_2 v_2\,(2L - x_{CM}) = 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$v_1 = 27.09$ m/s $\quad v_2 = 31.82$ m/s

b) $\Delta E_K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_{AB} + m_{BC})v^2 +$

$$-\frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = -115\ \text{J}$$

N.12 –

1) Teorema del momento dell' impulso

$$\mathbf{r} \times \mathbf{J} = \Delta\mathbf{L}$$

$$J \cdot \frac{L}{2} = I\omega_0$$

$$I = \frac{ML^2}{12} \qquad \omega_0 = \frac{J \cdot L}{2I} = 12\text{rad/s}$$

2) Teorema del lavoro e dell' energia cinetica

$$\frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 = -M_A\frac{\pi}{2}$$

$M_A = 1.16$ N · m

3) Sistema vincolato

$M_Z = 0 \Rightarrow$ conservazione di L_Z momento angolare assiale

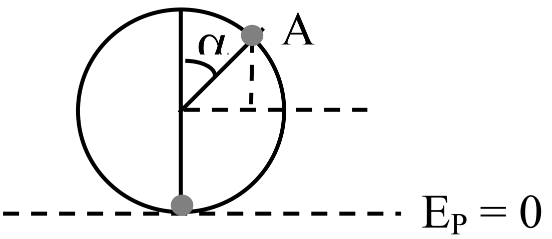
$L_{ZF} = L_{ZI}$

Supponiamo che la rotazione dell' asta dopo l' urto avvenga in verso orario

$$mv\frac{L}{2} - I\omega = \left[I + m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]\omega_F$$

$\omega_F = 5$ rad/s $> 0 \Rightarrow$ il verso orario assunto per ω è corretto

N.13 –



a) forze agenti conservative $\Rightarrow$ conservazione dell' energia meccanica

$E_{KI} = 0$

$E_{PI} = mg\,(R + R\cos\alpha) + MgR$

$$E_{KF} = \frac{1}{2}\ I\omega^2 \qquad E_{PF} = MgR$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

$$mgR\,(1+\cos\alpha) = \ = \frac{1}{2}\left(\frac{MR^2}{2}+\frac{MR^2}{3}\right)\omega^2$$

$\omega = 11.02$ rad/s

a) periodo del pendolo composto

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{(m+M)g\ell_{CM}}}$$

ℓ_{CM} = distanza del CM del sistema da O

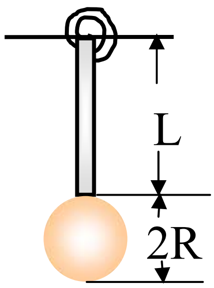
$$\ell_{CM} = \frac{mR}{m+M} = \frac{R}{4}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{5}{2}\frac{R}{g}}$$

$M_A = -\,M_{PESO}$

$M_A = mgR\ \mathrm{sen}(\pi-\alpha) = mgR\mathrm{sen}\alpha \quad M_A = 0.294$ N· m

N.14 –



$$I = \frac{1}{2}MR^2 + M(L+R)^2 = 2.49\,\mathrm{Kg\cdot m^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{M(L+R)g}} = 1.93\mathrm{s}$$

$M = I\alpha \Leftrightarrow$

$$-k\theta - Mg\mathrm{sen}\theta(L+R) = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

per piccole oscillazioni

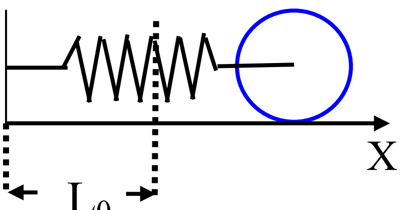
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Mg(L+R)+k}{I}\theta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{Mg(L+R)+k}{I} = 0 \qquad T' = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T' = \frac{3}{4}T \Rightarrow 1 + \frac{k}{Mg(L+R)} = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

$k = 20.6$ N·m/ rad

N.15 –



$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

nella posizione iniziale

$$E_{PI} = \frac{1}{2}kL^2 \qquad E_{KI} = 0$$

nella posizione di riposo della molla

$$E_{PF} = 0 \qquad E_{KF} = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Per la conservazione dell' energia

$$\frac{1}{2}kL^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (v_0 = \omega R)$$

$$\frac{3}{2}mv_0^2 = kL^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = 0.625\ \text{J}$$

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}kL^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0.31\ \text{J}$$

$a_{CM} = \alpha R$ condizione di puro rotolamento

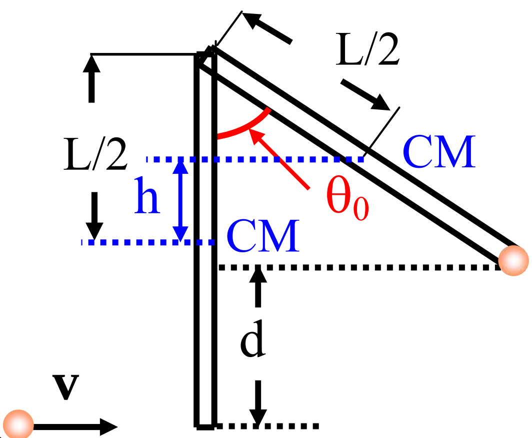
$$\begin{cases} -kx - F_A = ma_{CM} \\ F_A R = I\alpha = \frac{1}{2}mR^2\frac{a_{CM}}{R} \end{cases} \Rightarrow F_A = -\frac{1}{3}kx$$

$$\begin{cases} -kx - F_A = m\frac{d^2x}{dt^2} \\ F_A = -\frac{1}{3}kx \end{cases}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x - \frac{1}{3}\frac{k}{m}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2}{3}\frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$$

N.16 –



$$W_{PESO} = -\Delta E_P = -(3mgh + mgd)$$

$$h = \frac{L}{2}(1 - \cos\theta_0)$$

$$d = L(1 - \cos\theta_0)$$

$$W_{PESO} = -[3mg\frac{L}{2}(1 - \cos\theta_0) + mgL(1 - \cos\theta_0)]$$

$$W_{ELAST} = \int_0^{\theta_0} M d\theta = -\int_0^{\theta_0} k\,\theta\, d\theta = -\frac{1}{2} K\theta_0^2$$

$\Delta E_K = W_{PESO} + W_{ELAST}$

Energia cinetica subito dopo l' urto:

$$E_{KI} = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad I = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = 2\,mL^2$$

Energia cinetica nella posizione $\theta_0 = \pi/3$:

$E_{KF} = 0$

$$-\frac{1}{2} I\omega^2 = -\left[3mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta_0) + mgL(1-\cos\theta_0)\right] - \frac{1}{2} K\,\theta_0^2$$

$\omega = 4.21$ rad/ s

Durante l' urto: $\quad M_Z = 0 \;\Rightarrow\; L_{ZI} = L_{ZF}$

$mvL = I\omega$

$mvL = 2mL^2\omega \Rightarrow v = 2\omega L$

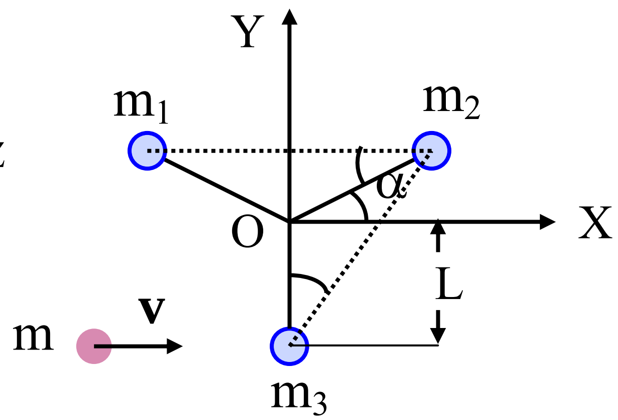
$v = 8.42$ m/s

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2} mv^2 = -\,1.77 J$$

N.17 –

$m_1 = m_2 = M \qquad m_3 = 2M$

$\alpha = 30°$



Asse z ≡ Asse di rotazione, passante per O,

⊥ al piano della figura

Momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse Z

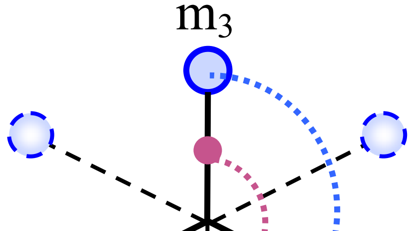
$I_Z = \Sigma_i\, m_i\, L^2 = 4ML^2 = 0.64$ Kg·m^2

Coordinate di CM rispetto ad OXY:

$x_{CM} = 0$

$$y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} = \frac{2MLsen\alpha - 2ML}{4M} = -\frac{L}{4} = -10 \text{ cm}$$

2) Perché il sistema compia un giro, m_3 deve giungere nel punto più alto con $\omega_F = 0$



Conservazione dell' energia meccanica

$$\frac{1}{2} I_O \omega^2 = 4Mg\left(2\frac{L}{4}\right) = 2MgL$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Urto **elastico** $\Rightarrow$ conservazione **dell' energia cinetica**

$M_Z = 0 \Rightarrow L_Z =$ costante

$$\begin{cases} mvL = mv'L + I_O\,\omega \\ \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2}\,mv'^2 + \frac{1}{2}\,I_O\,\omega^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mL\,(v - v') = I_O\,\omega \\ m\,(v^2 - v'^2) = I_O\,\omega^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v - v' = I_O\,\omega / mL \\ v + v' = \omega L \end{cases} \quad \Rightarrow \quad v = 40.6 \text{ m / s}$$

3) $\mathbf{F}_E = 4M\,\mathbf{a}_{CM} \quad \Leftrightarrow$

$$\mathbf{R} + 4M\mathbf{g} = 4M\,\mathbf{a}_{CM} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} R_Y - 4Mg = 4M\,a_{CMY} \\ R_X = 4M\,a_{CMX} \end{cases}$$

Nella posizione di equilibrio stabile

$a_{CMY} = \omega^2 \frac{L}{4}$ accelerazione centripeta

$a_{CMX} = \alpha \frac{L}{4}$ accelerazione tangenziale

Essendo $M_Z = 0$ (momento assiale della forza peso) $\Rightarrow$

$$\alpha = \frac{M_Z}{I_Z} = 0 \quad \Rightarrow a_{CMX} = 0 \quad \Rightarrow$$

$R_X = 0$

$R = R_Y = 4M(g + a_{CMY}) = 49$ N