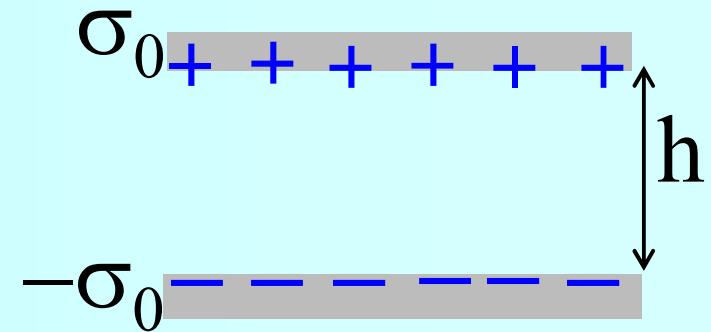


# DIELETTRICI

Condensatore piano

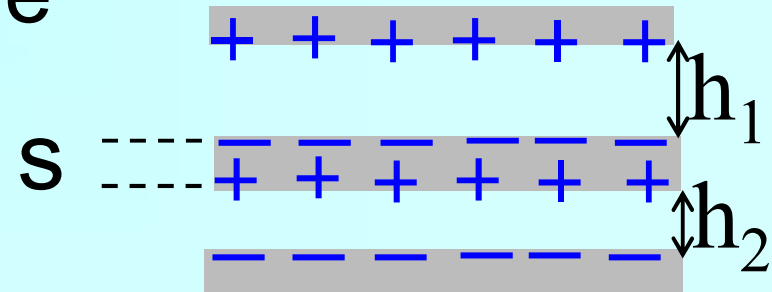
$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$$

$$\Delta V_0 = E_0 h$$



Lastra conduttrice di spessore  $s$   
all'interno del condensatore

$$h_2 + h_1 = h - s$$



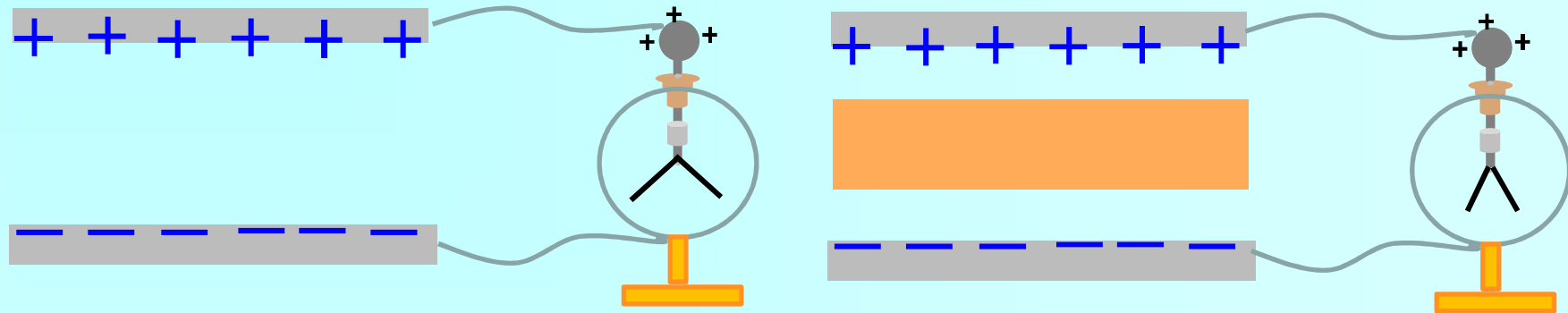
$E_{INT} = 0$  all'interno della lastra  $\Rightarrow$   
 $\Delta V$  tra le armature diminuisce

$$\Delta V = \int_0^h \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_0 h_1 + E_{INT} s + E_0 h_2 =$$

$$= E_0 (h_1 + h_2) = E_0 (h - s) < \Delta V_0$$

La capacità C aumenta

## Lastra di materiale isolante (dielettrico) inserita nel condensatore

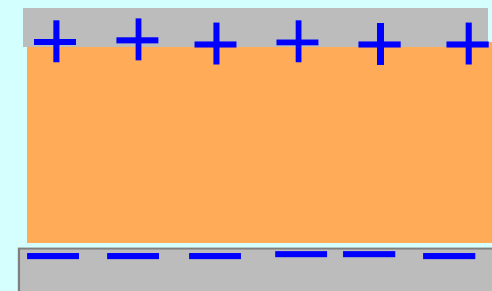


Sperimentalmente si osserva che:

- 1)  $\Delta V$  d.d.p. tra le armature diminuisce
- 2) non c'è carica libera sulle facce della lastra

Se lo spazio tra le armature è tutto riempito dal dielettrico

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{k}$$



$k > 1$  costante dielettrica relativa

$$E_k = \frac{\Delta V}{h} = \frac{\Delta V_0}{kh} = \frac{E_0}{k} = \frac{\sigma_0}{k\epsilon_0}$$

$$E_0 - E_k = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_0}{k\epsilon_0} = \frac{k-1}{k} \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{\chi}{1+\chi} \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$$

$\chi = k - 1$  suscettività elettrica

$$E_k = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{k-1}{k} \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0}$$

con

$$\sigma_p = \frac{k-1}{k} \sigma_0$$

**E<sub>k</sub>** sovrapposizione di due campi generati da

- una distribuzione di carica libera posta sulle armature
- e una distribuzione di carica posta sulle superfici della lastra

## Capacità del condensatore riempito di dielettrico

$$C = \frac{q_0}{\Delta V} = kC_0 = \varepsilon \frac{\Sigma}{h}$$

$$\varepsilon = k \varepsilon_0$$

costante dielettrica assoluta del dielettrico

# POLARIZZAZIONE

I fenomeni descritti sono comprensibili se si considera la struttura microscopica dei materiali

Un **materiale isolante** viene posto in un campo elettrostatico:

una forza opposta al campo elettrico agisce sugli elettroni di ogni molecola

una forza concorde al campo agisce sulle cariche positive

Non potendo gli elettroni muoversi liberamente, come nei conduttori, non si annulla il campo all' interno, ma a causa dello spostamento degli elettroni rispetto ai relativi nuclei **ogni atomo o molecola nei dielettrici** assume configurazioni di equilibrio deformate e **si comporta come un dipolo**, acquistando un momento di dipolo elettrico microscopico  **$\mathbf{p}$**  indotto, parallelo e concorde ad  **$\mathbf{E}$**

Fenomeno della **polarizzazione**:  
il dielettrico si dice **polarizzato**

## Sostanze non polari

Il centro di massa delle cariche positive coincide con il centro di massa delle cariche negative

Si hanno effetti di polarizzazione solo se si applica un campo elettrico esterno

## Sostanze polari

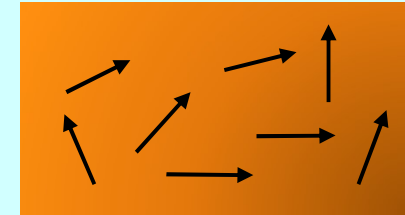
il centro di massa delle cariche positive non coincide con il centro di massa delle cariche negative

I dipoli molecolari sono orientati a caso:  
l' applicazione di un campo elettrico esterno li orienta parallelamente al campo

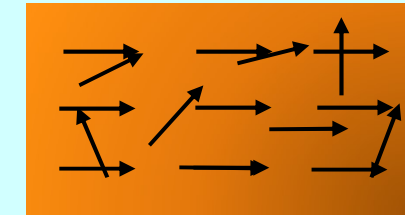


$\mathbf{p}_0$  = valore medio del momento di dipolo  
delle molecole

$$\mathbf{E} = 0: \quad \mathbf{p}_0 = 0$$



Si applica  $\mathbf{E}$ :  $\mathbf{p}_0 \parallel \mathbf{E}$



$n$  numero di molecole per unità di volume

$\mathbf{P} = \mathbf{p}_0 n$  = momento di dipolo per unità  
di volume = vettore **polarizzazione**

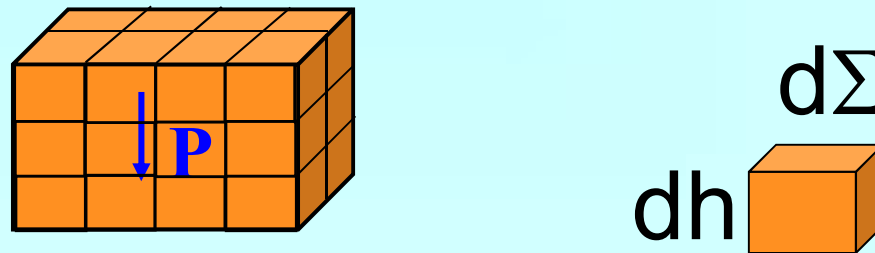
$$\mathbf{p}_0 \parallel \mathbf{E} \quad \rightarrow \quad \mathbf{P} \parallel \mathbf{E}$$

Unità di misura di  $\mathbf{P}$ :  $\text{C} / \text{m}^2$

## Lastra di dielettrico inserita nel condensatore polarizzata uniformemente

**P** costante in tutti i punti della lastra

Si suddivide la lastra in tanti prismi infinitesimi di base  $d\Sigma$  e altezza  $dh$



momento di dipolo del prisma:

$$dp_{PRI} = P \cdot dV = Pd\Sigma dh$$

Consideriamo due cariche  $+dq_p$ ,  $-dq_p$   
distanti  $dh$  tali che

$$\pm dq_p = \pm P d\Sigma$$

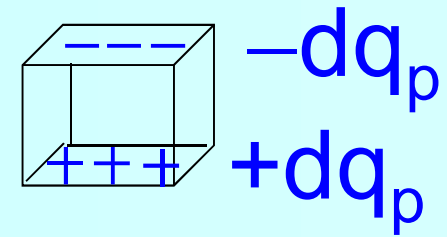
distribuite sulle basi del prisma  
con densità

$$\sigma_p = \pm \frac{dq_p}{d\Sigma} = \pm P$$

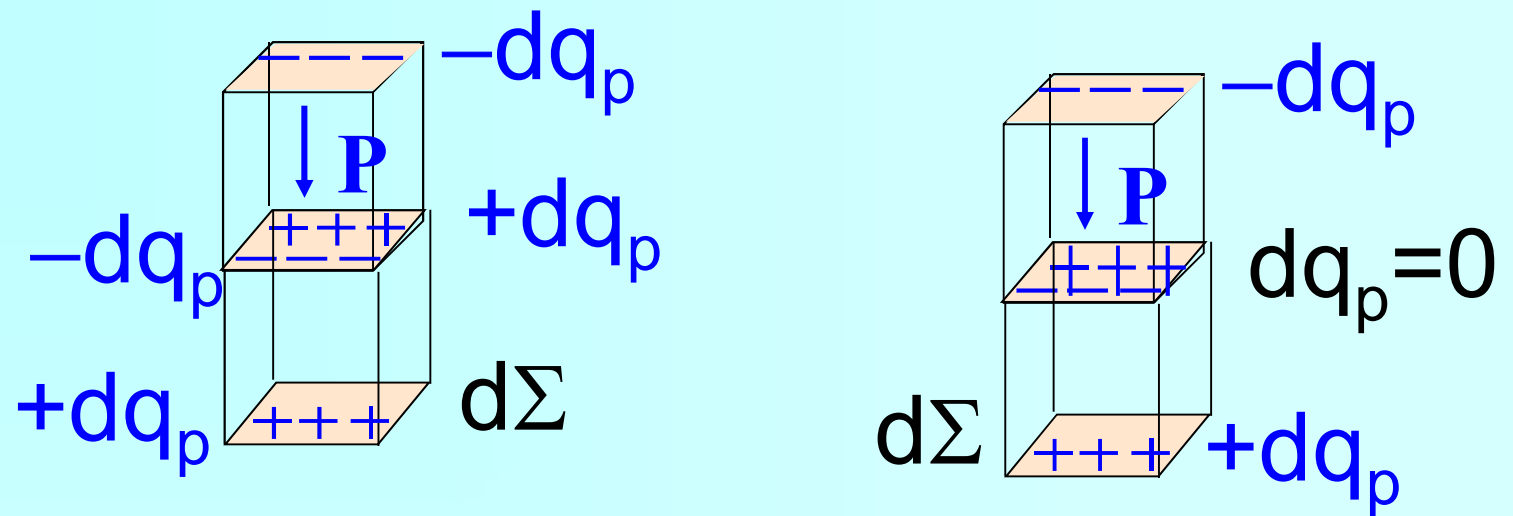
$dp$  momento di dipolo del sistema delle due  
cariche  $\equiv$

momento di dipolo del prisma infinitesimo

$$dp = dq_p \cdot dh = P d\Sigma dh = dp_{PR}$$



Consideriamo due prismi consecutivi:



le cariche presenti sulla loro base comune si annullano

Per l'insieme dei prismi in cui la lastra è stata suddivisa, si può affermare che:

**la lastra è equivalente  
a due distribuzioni piane di cariche  
di densità  $\pm \sigma_p$  poste nel vuoto  
coincidenti con le due superfici  
esterne della lastra**

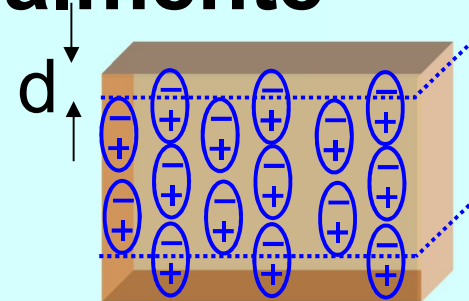
Da un punto di vista fisico :

all' interno di un dielettrico uniformemente polarizzato c' è compensazione delle cariche, spostate dalle posizioni di equilibrio, tra molecole vicine

Eccessi di carica negativa e positiva sono localizzati sulle due superfici esterne della lastra entro uno spessore  $d$

$d < \text{dimensioni atomiche} \Rightarrow$

**la carica è distribuita superficialmente**



Se la polarizzazione non è uniforme  
si ha anche una distribuzione volumetrica di carica

La somma delle cariche di polarizzazione  
è nulla in ogni caso

Nei dielettrici lineari ( sostanze amorphe) si ha

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 (k - 1) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

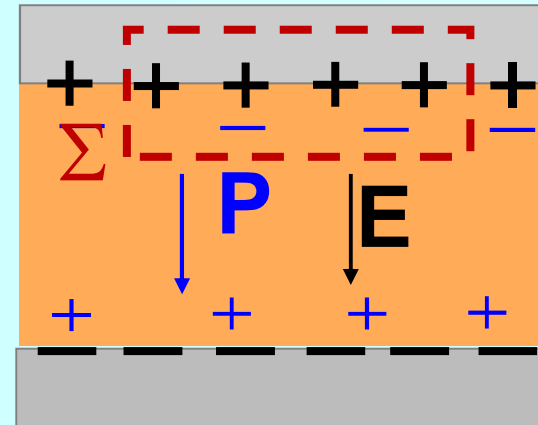
$$\mathbf{P} \propto \mathbf{E} \quad \mathbf{P} // \mathbf{E}$$

# Equazioni generali dell'elettrostatica in presenza di dielettrici

$$\Phi_E = \oint_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \frac{q + q_p}{\epsilon_0}$$

$\Sigma$  superficie chiusa

$A$  area di base di  $\Sigma$



$$q_p = -\sigma_p A = -PA = -\oint \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} d\Sigma$$

$$\Phi_E = \oint_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \left( q - \oint_{\Sigma} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} d\Sigma \right)$$

$$\oint_{\Sigma} (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot \mathbf{n} d\Sigma = q$$



Introduciamo il vettore

**D** "induzione dielettrica"

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\Phi_D = \oint_{\Sigma} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = q$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 (k - 1) \mathbf{E} = \varepsilon_0 k \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \sigma \mathbf{n}$$

Le cariche libere sono sorgenti di **D**

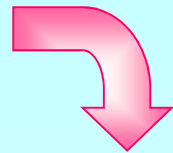
Unità di misura di **D**: C / m<sup>2</sup>

Processo di inserimento del dielettrico  
a d.d.p. costante:

**E** rimane invariato

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 k \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \sigma \mathbf{n}$$



il generatore fornisce alle armature  
una carica  $k$  volte maggiore

In entrambi i casi

**la capacità aumenta di  $k$  volte**