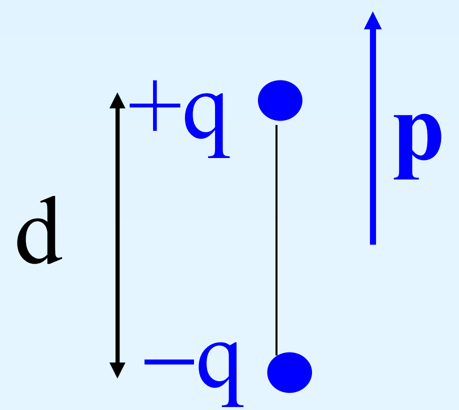
Dipolo elettrico

Sistema di due cariche $+q$ e $-q$ poste a distanza d

d vettore che definisce la posizione di $+q$ rispetto a $-q$

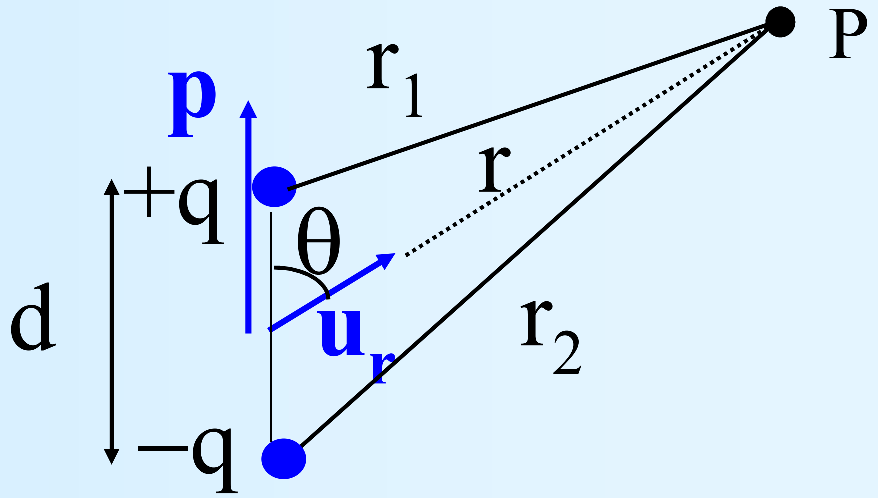
Si definisce momento di dipolo il vettore

$$\mathbf{p} = q\,\mathbf{d}$$



Potenziale e campo generati da un dipolo in P

r_1, r_2 distanze di P da $+q$, $-q$



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

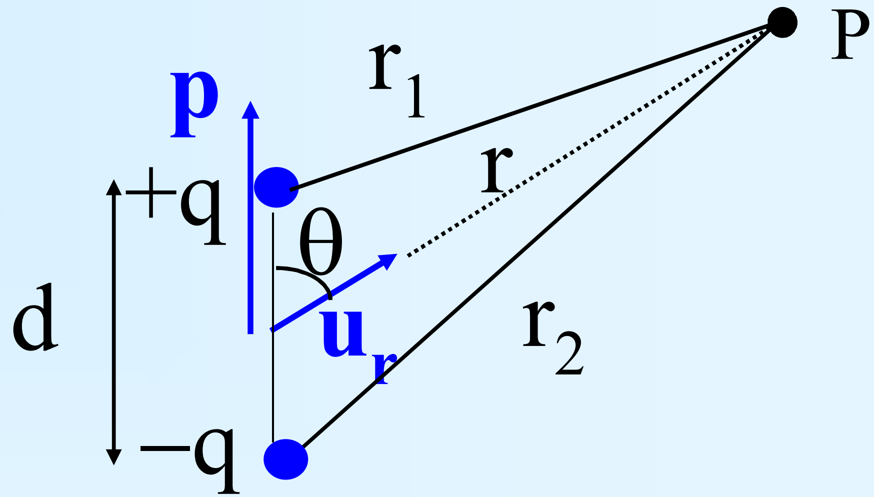
r distanza di P dal punto medio del segmento che congiunge le due cariche

Per $r >> d$ $\qquad r_2 - r_1 = d\cos\theta \qquad r_1 r_2 = r^2$

$$\boxed{V(P) \cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}}$$

con θ angolo tra **r** e **d**

$$\boxed{V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{p}\bullet\mathbf{u}_r}{r^2}}$$



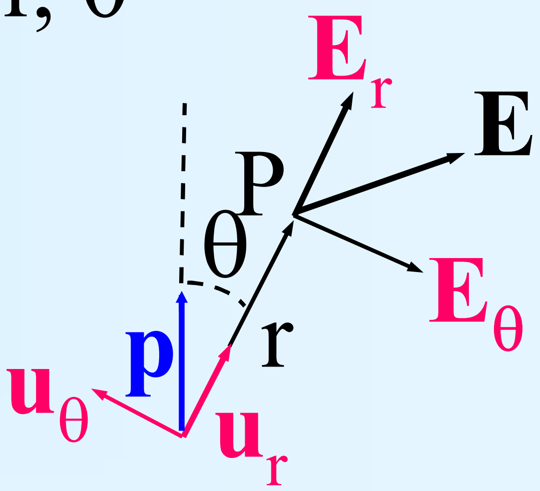
A grande distanza dalle due cariche **V** e, quindi, **E** non dipendono separatamente da q o da d, ma dal loro prodotto

Si può derivare **E** da V :

nella generica direzione $\mathbf{u}_S$

$$\boxed{E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}}$$

Esprimiamo **E** in coordinate polari r, θ

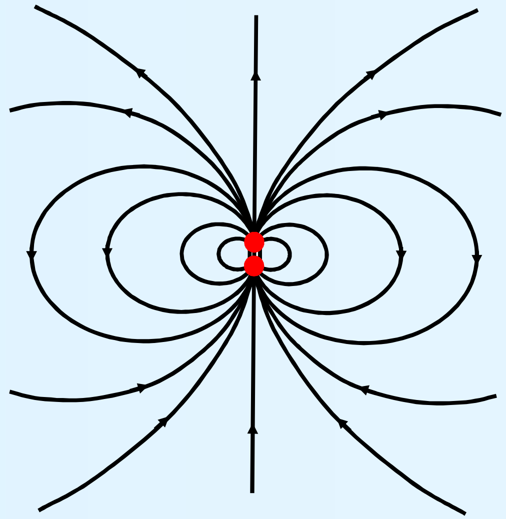


$E_\mathbf{r}$	componente radiale
E_θ	componente trasversa

$\mathbf{u}_\mathbf{r}$ e $\mathbf{u}_\theta$ versori della direzione radiale e trasversa dr componente di **ds** nella direzione radiale

rdθ componente di **ds** nella direzione trasversa

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$



$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}$$

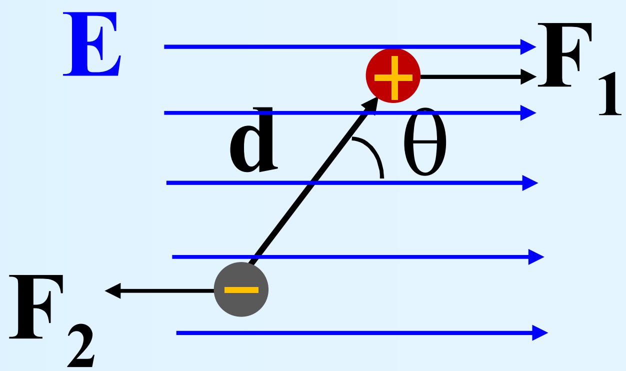
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\left(2\cos\theta\,\mathbf{u}_r + \sin\theta\,\mathbf{u}_\theta\right)$$

Dipolo in presenza di un campo elettrostatico uniforme

E campo uniforme:

$\mathbf{F}_1 = q\,\mathbf{E}$ ed $\mathbf{F}_2 = -q\,\mathbf{E}$

forze sulle due cariche del dipolo



$$\boxed{\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 0}$$

$\boxed{\mathbf{M} \neq \mathbf{0} \text{ momento risultante}}$

Scegliamo come polo il punto di applicazione di $\mathbf{F}_2$

$$\boxed{\mathbf{M} = \mathbf{d} \times \mathbf{F}_1 = \mathbf{d} \times q\,\mathbf{E} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}}$$

M tende a far ruotare **p** fino a sovrapporlo ad **E** (posizione di equilibrio)

Se si ruota il dipolo di un angolo θ

$M_Z = -pE\mathrm{sen}\theta$ tende a riportare $\mathbf{p} \,//\, \mathbf{E}$

$\boxed{\text{Posizione di equilibrio stabile } \Leftrightarrow \text{ energia potenziale elettrostatica del dipolo minima}}$

Lavoro compiuto da M_Z nella rotazione

$$W = \int dW = \int_{\theta_0}^{\theta} M_Z \, d\theta = pE\cos\theta - pE\cos\theta_0 =$$

$$= -[U(\theta) - U(\theta_0)]$$

Assumendo $U(\theta) = 0$ per $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\boxed{U(\theta) = -pE\cos\theta = -\mathbf{p} \bullet \mathbf{E}}$$