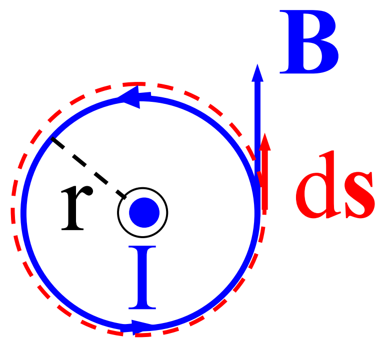
TEOREMA DI AMPERE

Calcoliamo la circuitazione del vettore **B** prodotto da una corrente rettilinea indefinita lungo una linea di campo

Essendo **B** costante in modulo lungo la linea e parallelo a d**s**

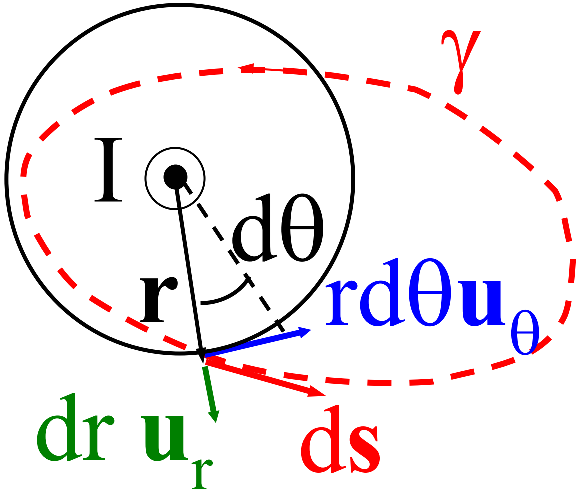
$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \oint B\,ds = B \oint ds =$$

$$= B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$



Il risultato, si può estendere a qualsiasi cammino di circuitazione γ concatenato con la corrente

ds spostamento elementare si può scomporre in un tratto radiale $dr\,\mathbf{u}_r \perp$ a $\mathbf{B}$ ed in uno trasversale $r\,d\theta\,\mathbf{u}_\theta$ // a $\mathbf{B}$

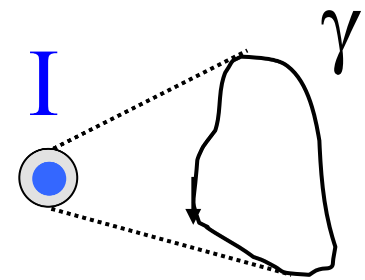


$$\mathbf{B}\bullet d\mathbf{s} = \mathbf{B}\bullet\left(dr\,\mathbf{u}_r + r d\theta\,\mathbf{u}_\theta\right)$$

$$B r d\theta = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} r\,d\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} I\,d\theta$$

$$\oint \mathbf{B}\bullet d\mathbf{s} = \oint \frac{\mu_0}{2\pi} I\,d\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} I\,2\pi = \mu_0 I$$

Per un cammino chiuso non concatenato con la corrente la circuitazione è nulla



Infatti γ si può suddividere in due tratti che sono percorsi in versi uno concorde e l'altro discorde rispetto a **B** e che pertanto danno contributi uguali ed opposti

$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = 0$$

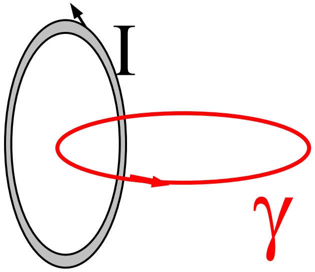
Il teorema di Ampère vale anche per correnti non rettilinee concatenate con il cammino di circuitazione e nel caso in cui vi siano più correnti

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 \, I_{TOT}$$

I_{TOT} = somma algebrica delle correnti concatenate

Ogni corrente va considerata positiva se il suo verso e quello fissato su γ sono legati dalla regola della mano destra, negativa in caso contrario

Correnti concatenate con il cammino di circuitazione: si trovano rispetto a questo come maglie concatenate di una catena

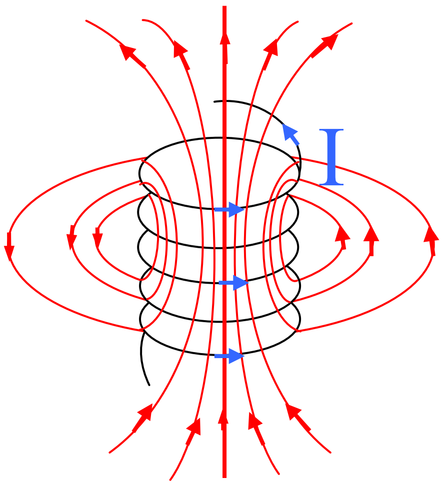


Il teorema di Ampère è valido solo quando si riferisce ad un sistema di correnti di conduzione

Il teorema di Ampère $\Rightarrow$
il campo **B** non è conservativo

Campo di un solenoide

Solenoide = filo conduttore avvolto in modo da costituire un'elica cilindrica



I corrente stazionaria

Linee di **B**: chiuse e concatenate con la corrente, fitte all'interno e rade all'esterno

B è concentrato nella regione interna del cilindro ed ha valori molto piccoli nella regione esterna $\Rightarrow$ il campo magnetico è intenso ed uniforme in una regione determinata dello spazio

Per un solenoide ideale di lunghezza infinita si può ritenere che il campo sia uniforme nella regione interna e nullo all'esterno

$n =$ numero di spire per unità di lunghezza

$I_0 =$ corrente che circola in ogni spira

Applichiamo il teorema di Ampère

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

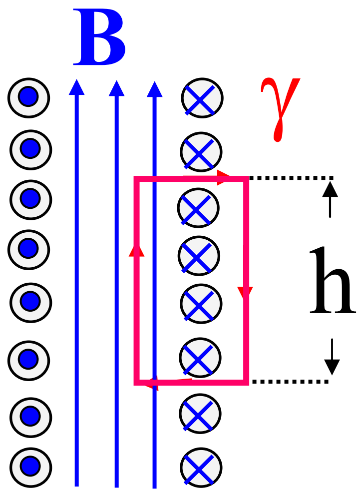
γ cammino di circuitazione = rettangolo di altezza h

Essendo $\mathbf{B}_{EST} = 0$,
si ha contributo alla circuitazione
solo lungo il tratto interno parallelo alle linee
di flusso del campo **B**

$n\,hI_0$ = corrente concatenata con γ

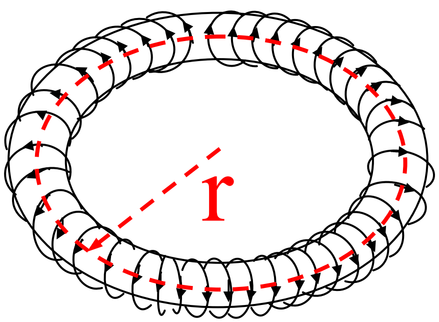
$$Bh = \mu_0 I = \mu_0 n h I_0 \quad \Rightarrow$$

$$B = \mu_0 n I_0$$



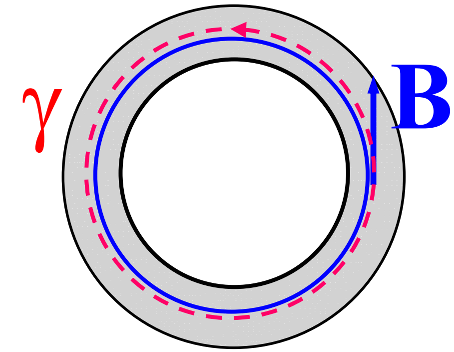
Campo del solenoide toroidale

Deformando un solenoide cilindrico di lunghezza finita fino a fargli assumere la forma di un toroide si elimina l'effetto di bordo e si ottiene un campo magnetico in una regione ben definita dello spazio



La simmetria del problema ⇒ le linee di **B** sono circonferenze concentriche con l'asse

γ linea di circuitazione $\equiv$ circonferenza di raggio r interna al toroide



B tangente a γ

$|\mathbf{B}|$ costante lungo γ

N numero di spire del toroide

I_0 = corrente che circola in ogni spira

$N\ I_0$ = corrente concatenata con γ

Per il teorema di Ampère

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \bullet d\,\mathbf{s} = 2\,\pi\, r\, B(r) = \mu_0 I = \mu_0 N\, I_0 \quad \Rightarrow$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 N\, I_0}{2\,\pi\, r}$$