

STRUMENTI OTTICI

Oggetto

corpo che emette luce propria o diffusa

Specchi

superfici riflettenti

Diottri

superfici rifrangenti



Strumenti ottici semplici:
specchi e diottri



Sistemi ottici centrati

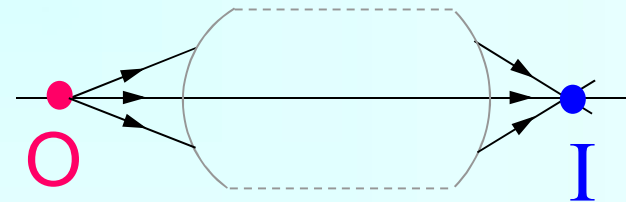
insieme di superfici riflettenti e/o rifrangenti
che presentano un asse di simmetria su cui si trovano
i centri di curvatura delle varie superfici

Asse di simmetria = **Asse ottico**

Sistema stigmatico:

raccoglie almeno una parte dei raggi che escono da **O** e li devia in modo che convergano ancora in un unico punto **I**, avendo percorso tutti lo stesso cammino ottico

Si realizza lo **stigmatismo** riducendo la divergenza del fascio in modo da ottenere **raggi parassiali**



I immagine reale dell'oggetto puntiforme **O** = punto in cui convergono i raggi emessi da **O**

Per il principio di **invertibilità**:

○ immagine di un oggetto posto in **I**

○ ed **I** **otticamente coniugati**

Se i raggi dopo aver attraversato il dispositivo divergono

I immagine virtuale =
punto in cui convergono i prolungamenti dei raggi

virtuale perché in **I** non si concentra energia luminosa

Immagine di un oggetto esteso =
insieme dei punti immagine
relativi alle singole sorgenti puntiformi
in cui si può suddividere l'oggetto

Ingrandimento lineare =
rapporto tra una dimensione lineare dell'immagine
e la corrispondente dell'oggetto

Ingrandimento angolare =
rapporto fra l'apertura del fascio che converge
nell'immagine e quella del fascio emesso dall'oggetto

Specchio sferico = calotta sferica riflettente

C centro di curvatura

V vertice della calotta

CV **asse ottico**

O oggetto posto sull'asse ottico

$o = OV$ distanza dell'oggetto dal vertice

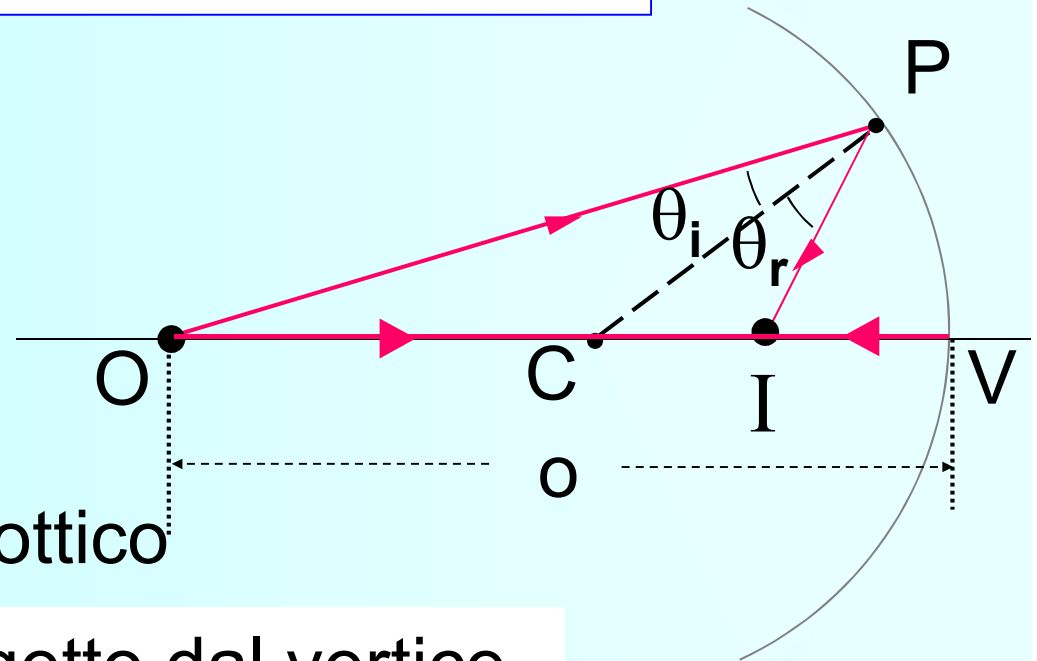
OV raggio che viaggia lungo l'asse ottico

OV incide e viene riflesso con angolo nullo

OP raggio incidente con un angolo θ_i

PI raggio riflesso

$\theta_r = \theta_i$ angolo di riflessione



I punto di intersezione tra i due raggi riflessi

Per il triangolo OPC

β angolo esterno

$$\beta = \alpha + \theta_i$$

Per il triangolo CPI

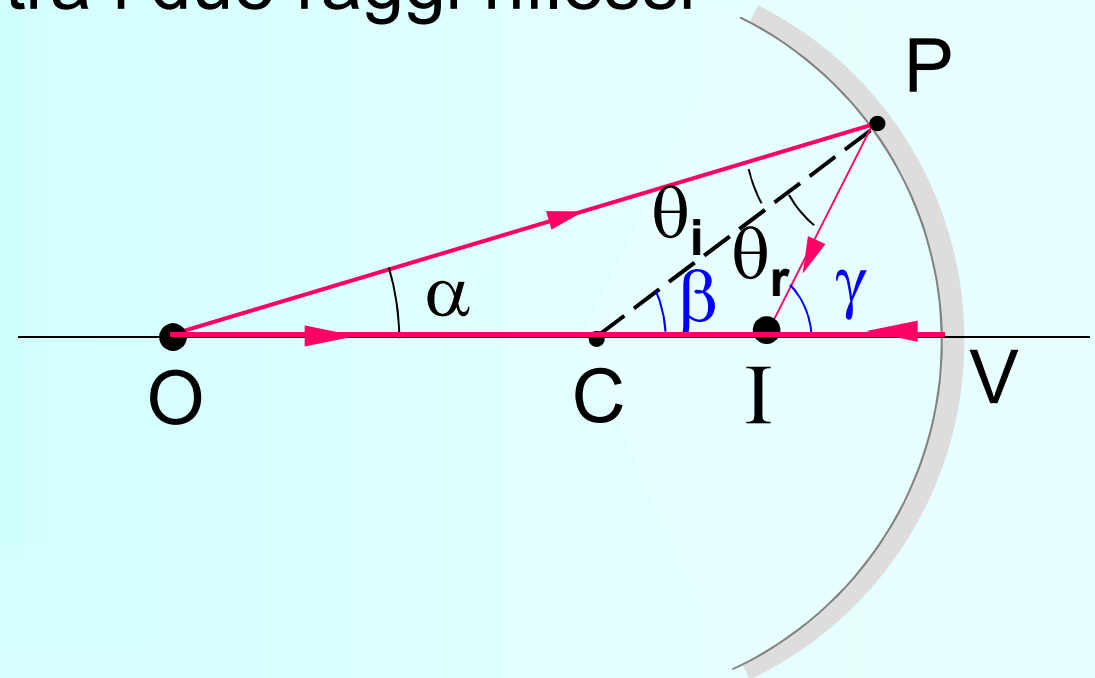
γ angolo esterno

$$\gamma = \beta + \theta_r$$

Essendo $\theta_i = \theta_r$

$$\beta - \alpha = \gamma - \beta$$

$$\alpha + \gamma = 2\beta$$



Ipotesi: $P \ni \alpha, \beta$ e γ sufficientemente piccoli
da poter considerare

$$\alpha \cong \operatorname{tg}\alpha \cong \operatorname{sen} \alpha, \quad \beta \cong \operatorname{tg}\beta \cong \operatorname{sen} \beta, \quad \gamma \cong \operatorname{tg}\gamma \cong \operatorname{sen} \gamma$$



raggi parassiali,
cioè molto vicini all'asse principale

$R = VC =$ raggio di curvatura

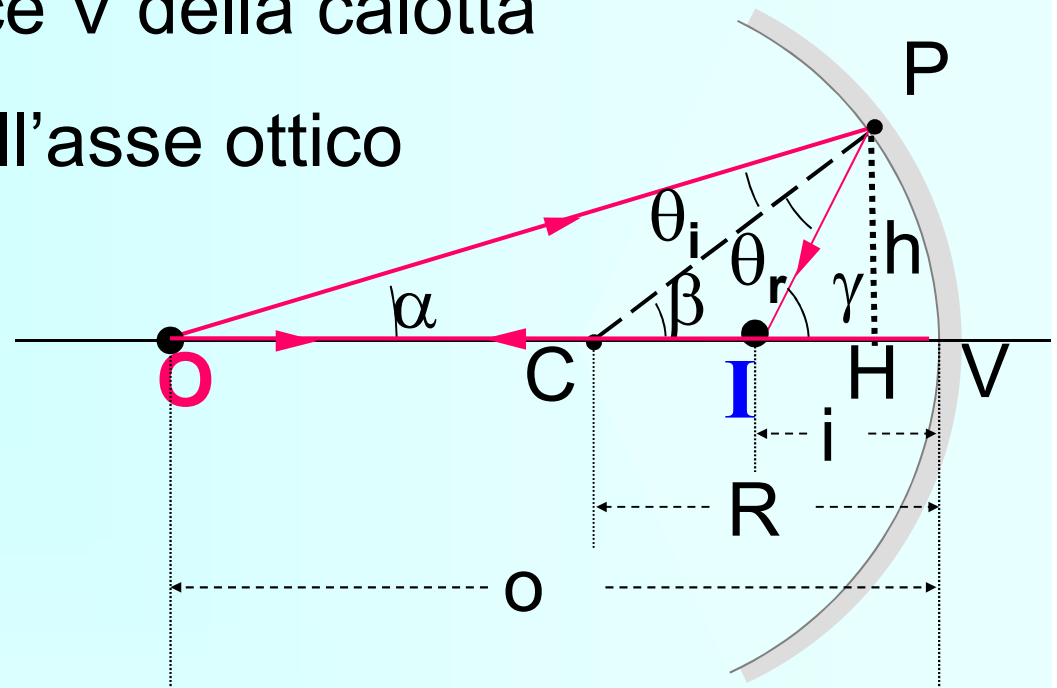
$i =$ distanza di **I** dal vertice V della calotta

$h = PH =$ distanza di P dall'asse ottico

$$\alpha \cong \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{OH} \cong \frac{h}{o}$$

$$\beta \cong \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{CH} \cong \frac{h}{R}$$

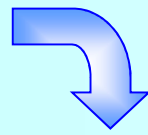
$$\gamma \cong \operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{IH} \cong \frac{h}{i}$$



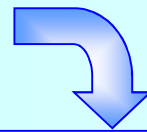
Sostituendo in $\alpha + \gamma = 2\beta$ \rightarrow

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{R}$$

La posizione di **I** dipende solo da o e da R ,
non dipende da α

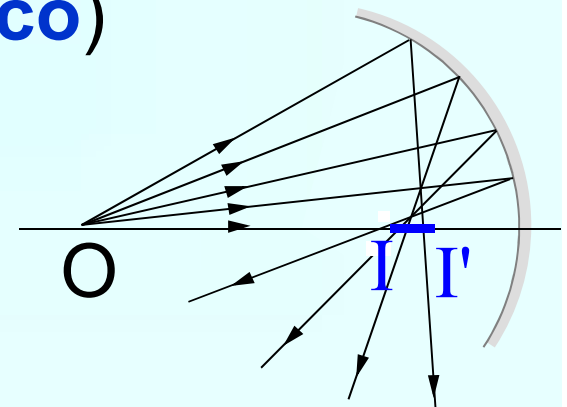


Ogni raggio parassiale proveniente da O
è riflesso in **I**



I immagine di **O**
data dallo specchio sferico

Se i raggi provenienti da O non sono parassiali,
l'immagine di O data dallo specchio è il segmento **I I'**:
aberrazione sferica (sistema **astigmatico**)



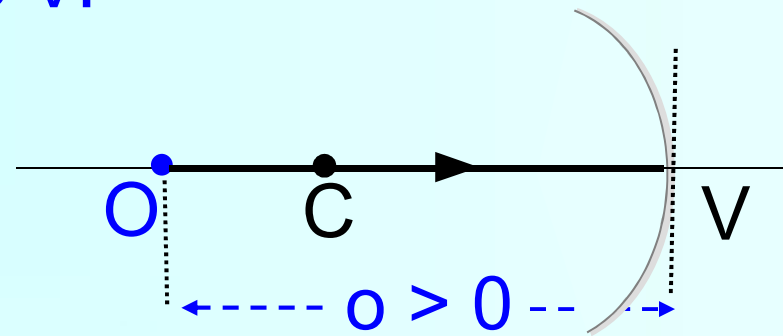
L'immagine di un oggetto puntiforme
posto in C è puntiforme: C punto **stigmatico**

Convenzione per i segni di i , o ed R

Riferendosi alla direzione del raggio incidente sullo specchio lungo l'asse ottico, è evidente che

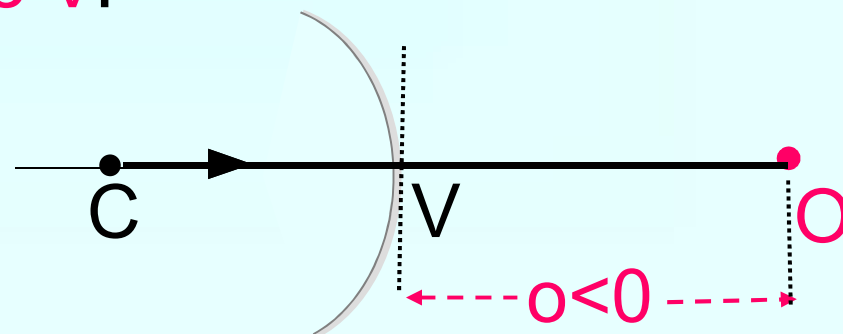
O oggetto reale precede V:

$$o > 0$$



O oggetto virtuale segue V:

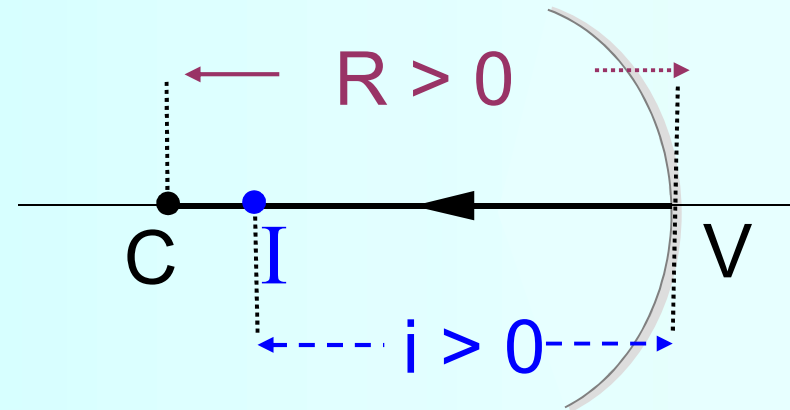
$$o < 0$$



Riferendosi alla **direzione del raggio riflesso** dallo specchio lungo l'asse ottico, è evidente che

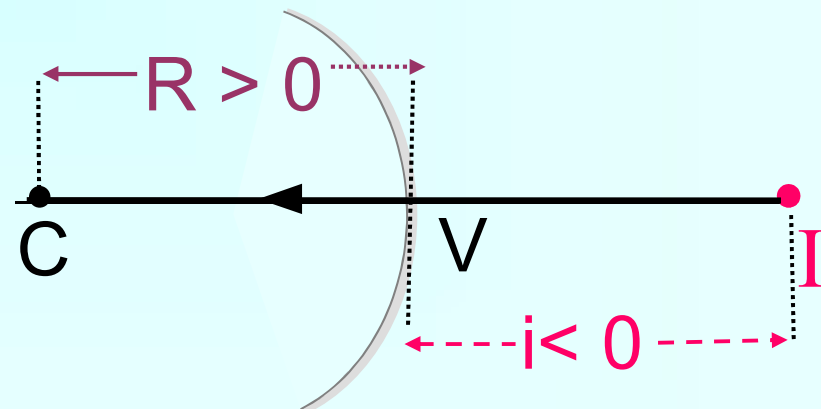
I immagine reale segue V:

$$i > 0$$



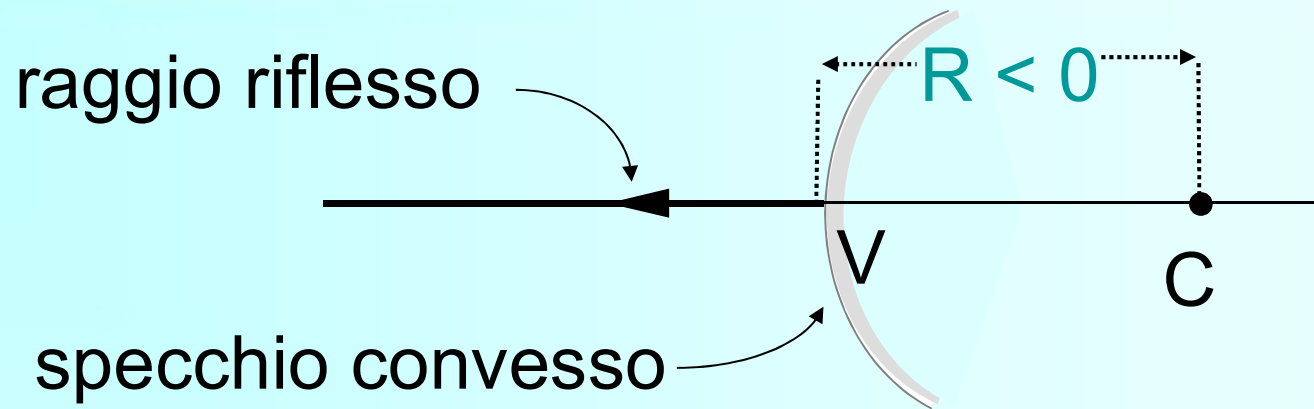
I immagine virtuale precede V:

$$i < 0$$



C segue V per uno specchio **concavo** :

$$R > 0$$



C precede V per uno specchio convesso:

$$R < 0$$

Uno specchio sferico **concavo** può dare
immagini reali o immagini virtuali

Uno specchio sferico **convesso** dà solo
immagini virtuali

F fuoco (o **punto focale**) di uno specchio = punto immagine di un oggetto posto all'infinito sull'asse ottico

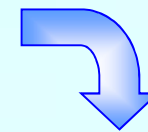
f distanza focale

Equazione dello specchio

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{R}$$

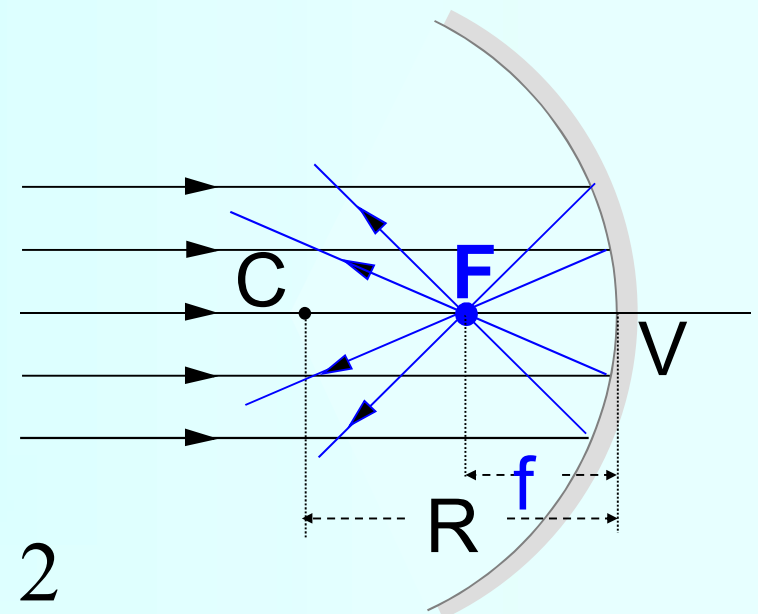
Se $o = \infty$, $i = f$ quindi

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$



Segno di f = segno di R

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$



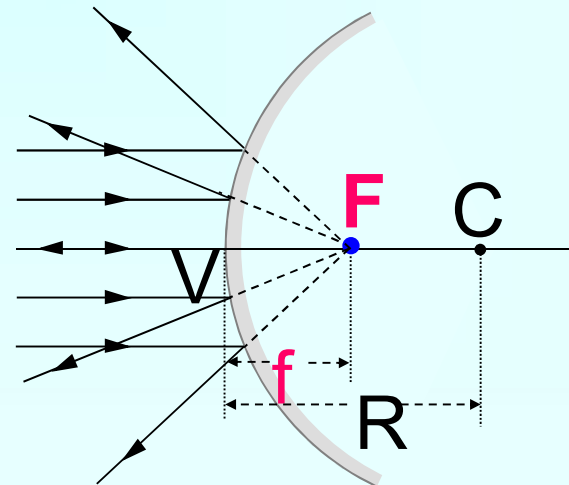
Specchio **concavo**: $R > 0$, $f > 0$

F immagine **reale** dell'oggetto

Specchio **convesso**: $R < 0$, $f < 0$

F immagine **virtuale**

(in **F** convergono i prolungamenti dei raggi riflessi)



Posizione dell'immagine al variare di o

Specchio concavo:

notando che

$$\begin{aligned} & \nearrow O \equiv C \Rightarrow I \equiv C \quad (o = R \Rightarrow i = R) \\ & \rightarrow o = \infty \Rightarrow i = f \\ & \searrow o = f \Rightarrow i = \infty \end{aligned}$$

per $R \leq o \leq \infty$ si ha $f \leq i \leq R$

per $f \leq o \leq R$ si ha $R \leq i < \infty$

per $0 \leq o \leq f$ si ha $-\infty \leq i \leq 0 \rightarrow$ immagine virtuale

immagine reale

Specchio convesso:

per $0 \leq o \leq \infty$ si ha sempre $-\frac{|R|}{2} = f \leq i \leq 0$



immagine virtuale

Equazione di uno specchio indipendente da n



gli specchi non presentano l'**aberrazione cromatica**

Immagini di oggetti estesi

OP oggetto di piccole dimensioni \perp all'asse ottico

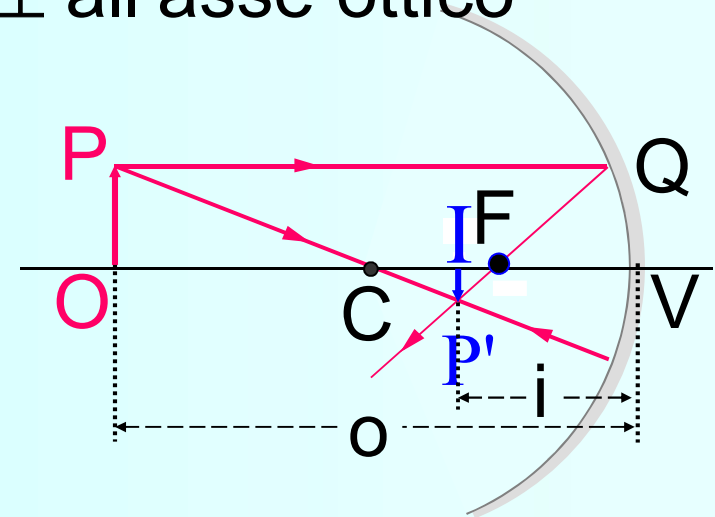
Specchio concavo

Caso a)

$$o > f$$

IP' = Immagine di OP
segmento \perp all'asse ottico

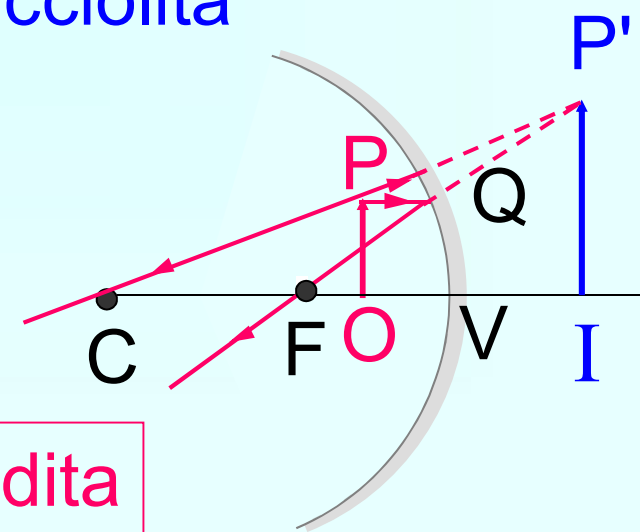
immagine reale, capovolta e rimpicciolita



Caso b)

$$o < f$$

immagine virtuale, diritta ed ingrandita



specchio convesso

Caso c)

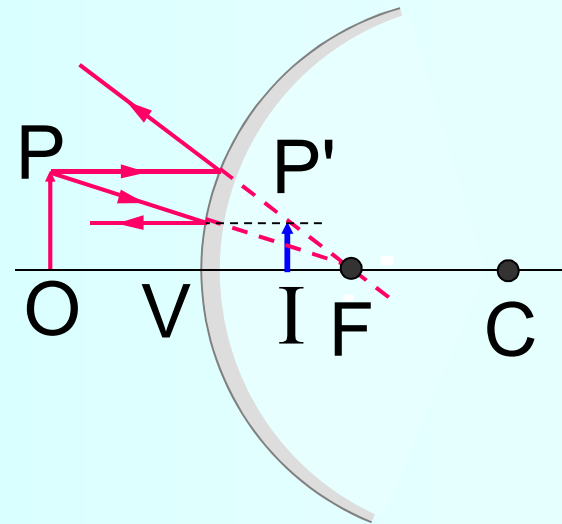


immagine virtuale, diritta e rimpicciolita

Per un oggetto di piccole dimensioni normale all'asse

lo specchio è uno strumento **aplanatico**

Se le dimensioni non sono trascurabili

si ha una aberrazione: **curvatura di campo**

Definizione di ingrandimento trasversale o laterale

y dimensione dell'oggetto

y' dimensione dell'immagine

$$m = \frac{y'}{y}$$

m ingrandimento

y ed $y' > 0$ oppure y ed $y' < 0$

a seconda che i segmenti si trovino
al di sopra o al di sotto dell'asse ottico

$m > 0$ immagine diritta

$m < 0$ immagine capovolta

Determinazione di m

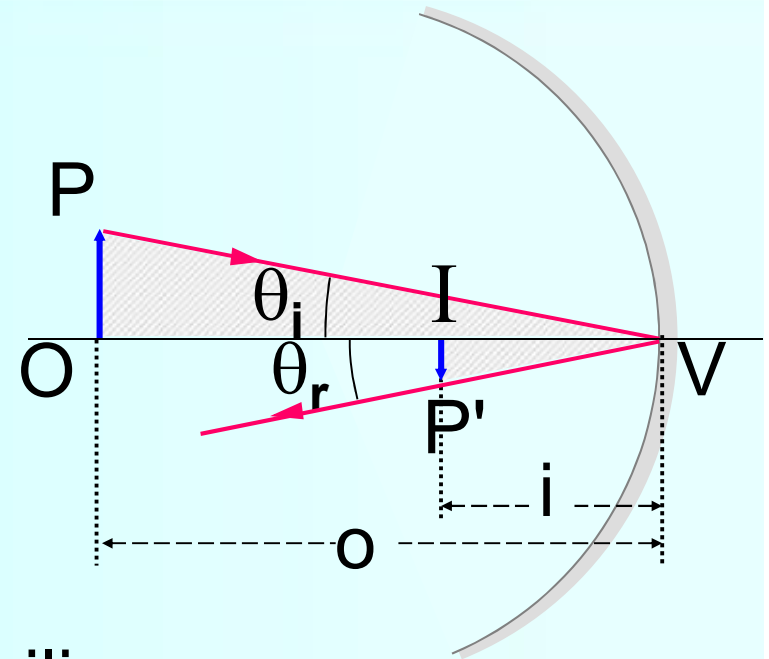
Raggio passante per il vertice

$$\theta_i = \theta_r$$

OPV, IVP' triangoli rettangoli simili

Tenendo presente la convenzione sui segni

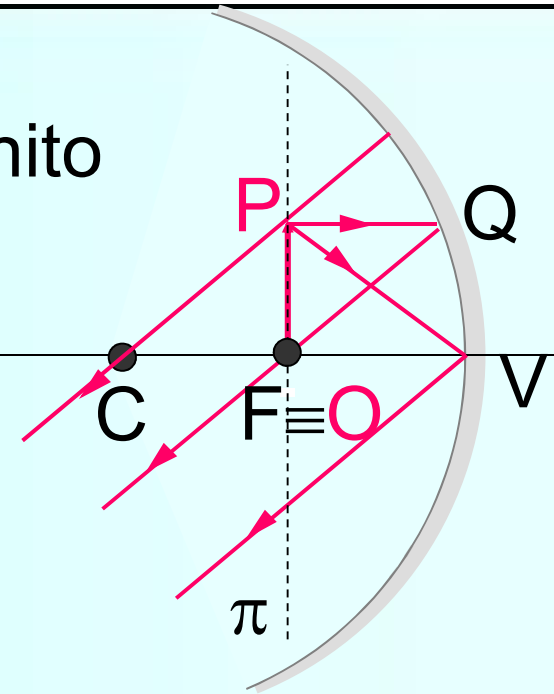
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{i}{o} \quad \text{relazione sempre valida}$$



Oggetto OP posto nel fuoco ($O \equiv F$):
l'immagine di P si deve formare all'infinito

PC , raggio per il centro di curvatura,
viene riflesso su sé stesso

PQ , raggio parallelo all'asse ottico,
viene riflesso nel fuoco



$QF \parallel PC$

Ogni altro raggio riflesso sarà parallelo a PC

Analoghe considerazioni valgono $\forall P \in \pi$

dove

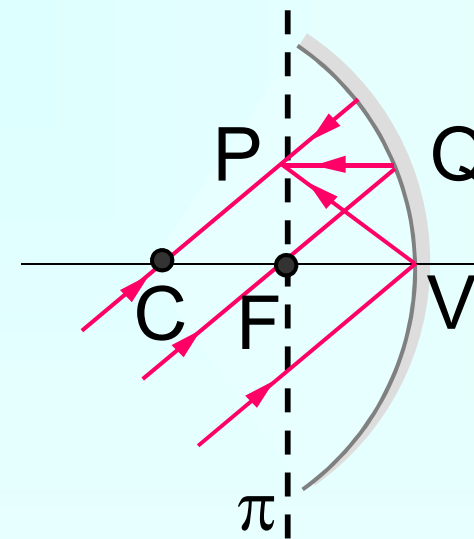
π piano \perp all'asse ottico, passante per $F =$ **piano focale**

Per l'invertibilità



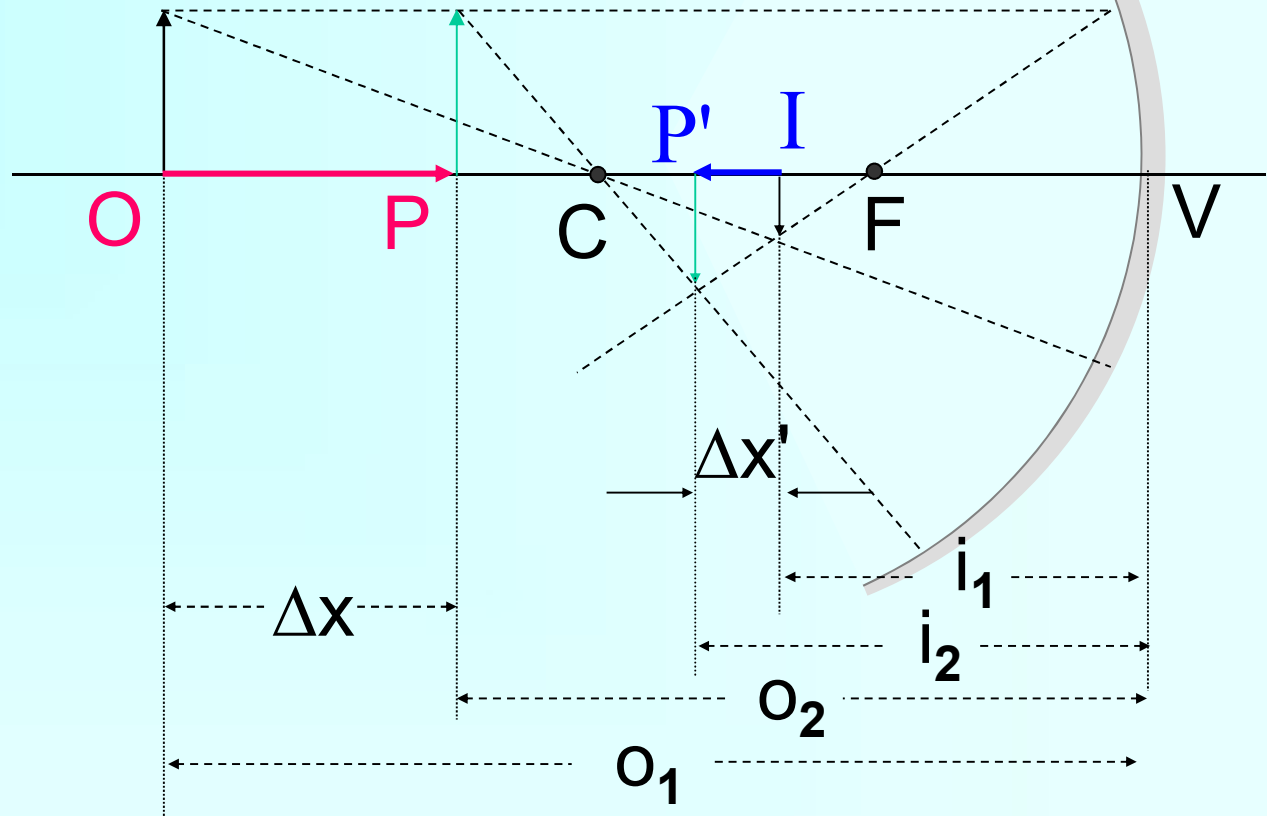
l'immagine di un oggetto puntiforme
posto a distanza infinita fuori dall'asse
si forma sul piano focale π in P

punto di intersezione tra π ed il raggio incidente
passante per il centro di curvatura



Oggetto parallelo all'asse: freccia OP

IP' freccia immagine



Ingrandimento longitudinale

$$m_\ell = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{i_2 - i_1}{o_2 - o_1}$$

Specchio piano

Caso limite dello specchio sferico
($R \rightarrow \infty$)

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{i = -o}$$

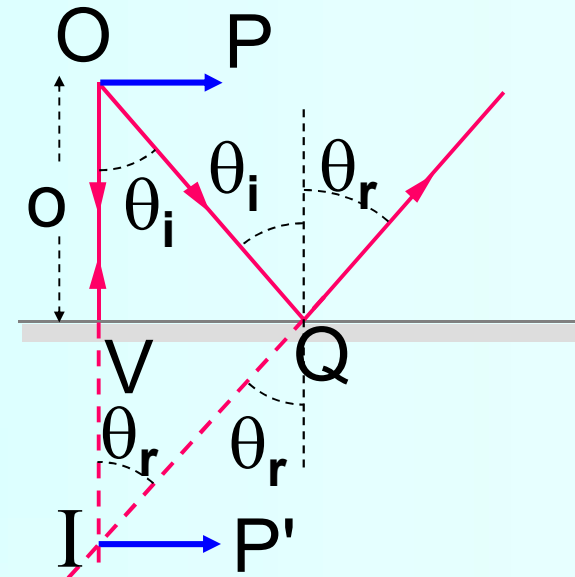


immagine virtuale simmetrica rispetto allo specchio
immagine speculare

I non dipende dall'angolo θ_i →

Non è necessario che i raggi siano **parassiali** →

assenza di aberrazione sferica

Specchio piano strumento **stigmatico**

Ingrandimento trasversale

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{i}{o} = 1$$

Per oggetti posti in direzione normale allo specchio:

ingrandimento longitudinale

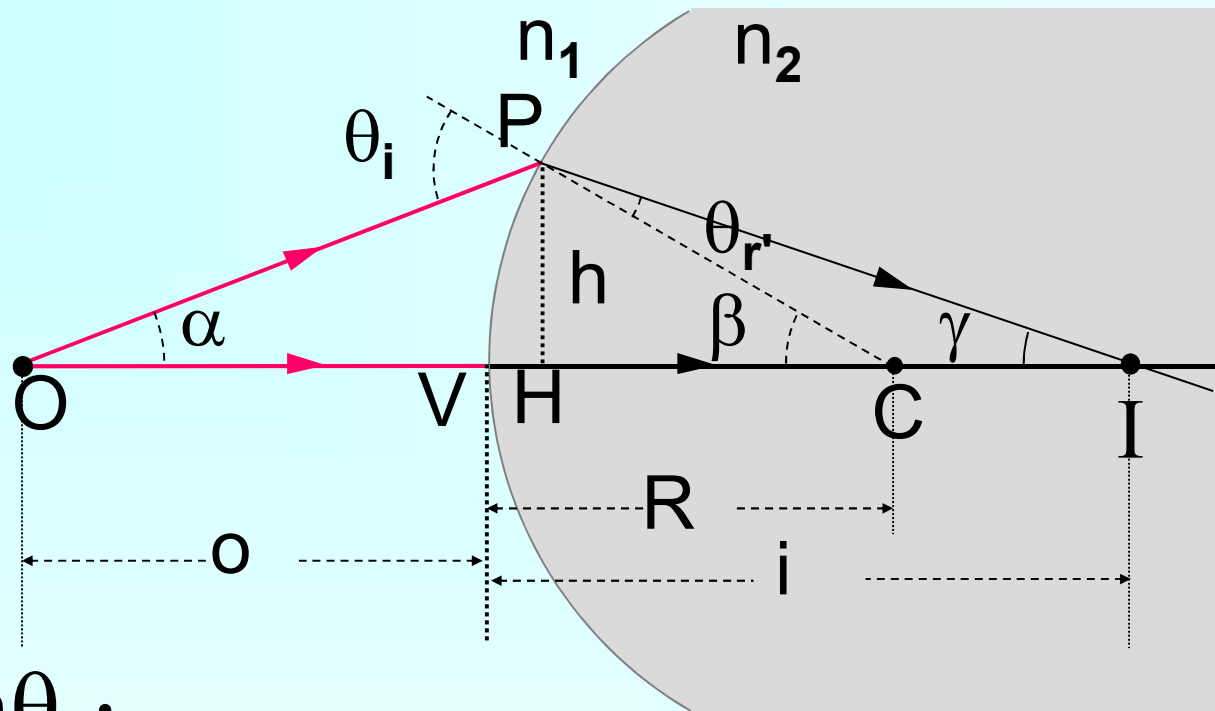
$$m_\ell = -m^2 = -1$$

Diottro sferico

Calotta sferica che separa due mezzi diversi trasparenti

O oggetto posto sull'asse ottico

I immagine di O



Legge di Snell

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r'$$

Triangolo OPC

$$\theta_i = \beta + \alpha$$

Triangolo IPC

$$\beta = \gamma + \theta_r'$$

Considerando raggi parassiali

$$\alpha \cong \operatorname{tg}\alpha \cong \operatorname{sen} \alpha, \quad \beta \cong \operatorname{tg}\beta \cong \operatorname{sen} \beta, \quad \gamma \cong \operatorname{tg}\gamma \cong \operatorname{sen} \gamma$$



$$\theta_i \cong \operatorname{tg}\theta_i \cong \operatorname{sen} \theta_i \quad \theta_{r'} \cong \operatorname{tg}\theta_{r'} \cong \operatorname{sen} \theta_{r'}$$

$$n_1\theta_i \cong n_2\theta_{r'}, \quad \theta_i \cong \frac{n_2}{n_1}\theta_{r'}$$

$$\theta_i = \alpha + \beta \cong \frac{n_2}{n_1}\theta_{r'} = \frac{n_2}{n_1}(\beta - \gamma)$$



$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$$

$$\begin{aligned}\theta_i &= \beta + \alpha \\ \beta &= \gamma + \theta_{r'}\end{aligned}$$

Essendo

$$\alpha \cong \operatorname{tg} \alpha \cong \frac{h}{o}$$

$$\beta \cong \operatorname{tg} \beta \cong \frac{h}{R}$$

$$\gamma \cong \operatorname{tg} \gamma \cong \frac{h}{i}$$

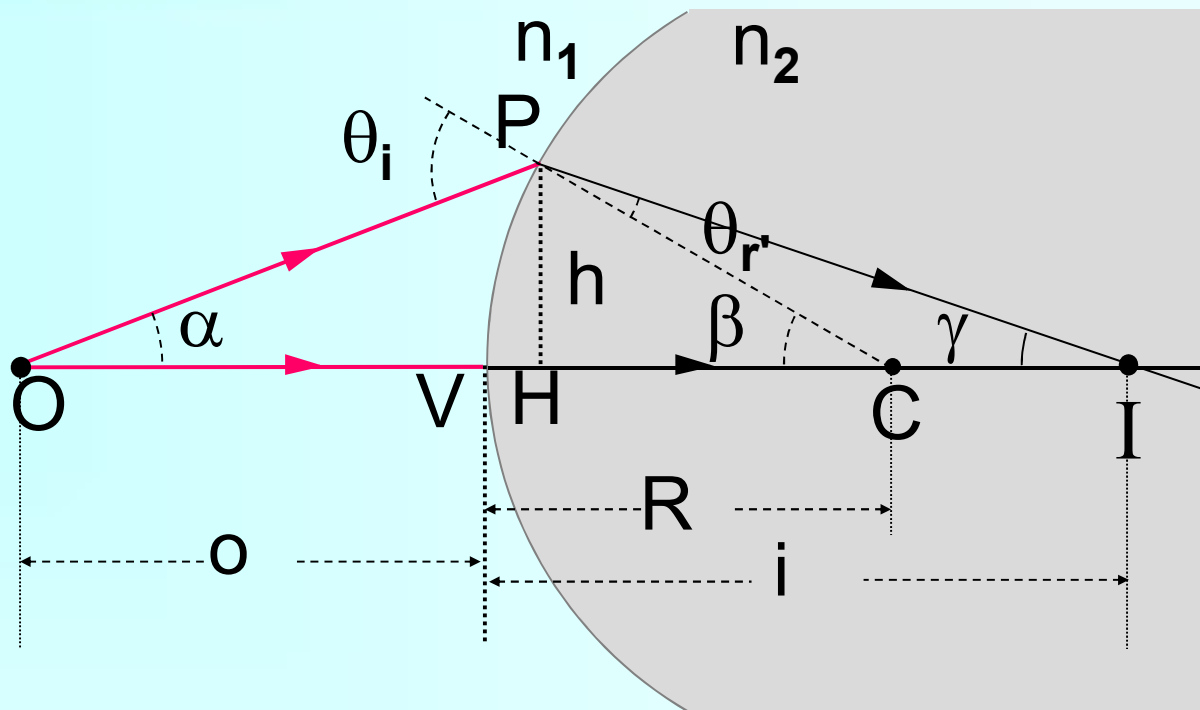


$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R} (*)$$

equazione di Cartesio
del diottro

La posizione del punto I non dipende da θ_i

I immagine di O data dal diottro sferico



Nei diottri è presente l'aberrazione cromatica

Convenzioni sui segni di o , i ed R

Riferendosi alla direzione del raggio incidente
sul diottro lungo l'asse ottico

O oggetto reale precede V : $o > 0$

O oggetto virtuale segue V : $o < 0$

Riferendosi alla direzione del raggio rifratto
lungo l'asse ottico

I immagine reale segue V : $i > 0$

I immagine virtuale precede V : $i < 0$

Per un diottro che appare convesso se visto dall'oggetto

C segue V: $R > 0$

Per un diottro che appare concavo se visto dall'oggetto

C precede V: $R < 0$

Definizione dei fuochi

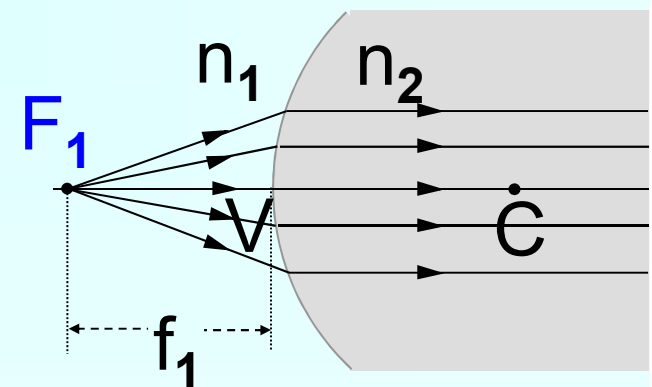
$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R} (*)$$

F_1 primo punto focale \equiv posizione di un oggetto puntiforme sull'asse, la cui immagine si formi a distanza infinita nel secondo mezzo

f_1 distanza di F_1 dal vertice

Ponendo $i = \infty$ nella (*)

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$$



F_2 secondo punto focale \equiv **punto immagine**
 di un oggetto posto sull'asse ottico a distanza infinita
 nel primo mezzo

Ponendo $o = \infty$ nella (*)

$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \rightarrow \quad f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$

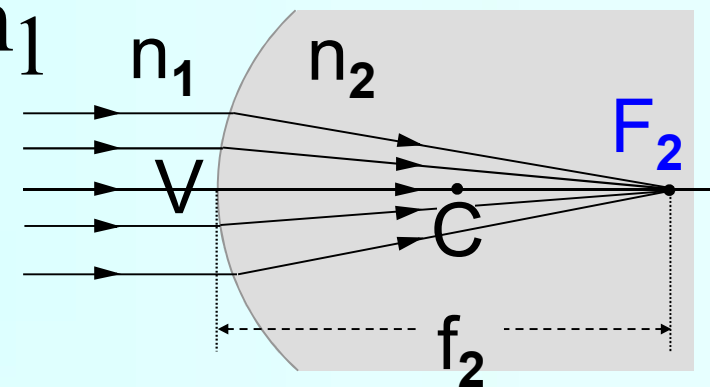
Da

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (*)$$

Si ottiene

$$\frac{f_1}{o} + \frac{f_2}{i} = 1$$

equazione del diottro nella forma gaussiana



segno di $f_1 =$ segno di $f_2 =$ segno di $\frac{R}{n_2 - n_1}$

$\frac{R}{n_2 - n_1} > 0$ sistema convergente

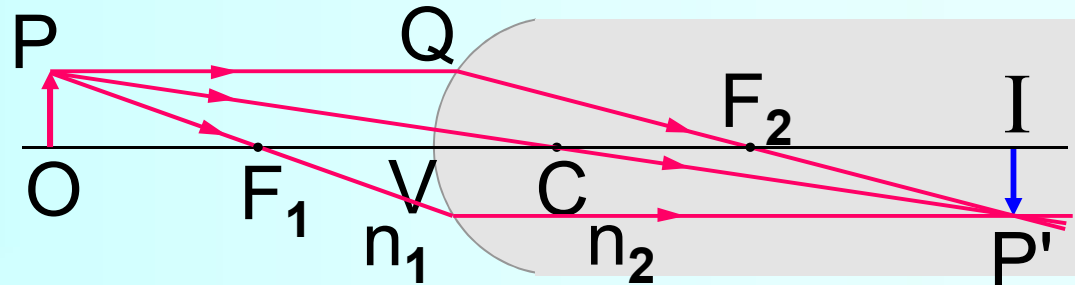
$\frac{R}{n_2 - n_1} < 0$ sistema divergente

Immagine di oggetti estesi

Immagine di una freccia $OP \perp$ all'asse ottico

Diottro convesso

$$o > f_1$$

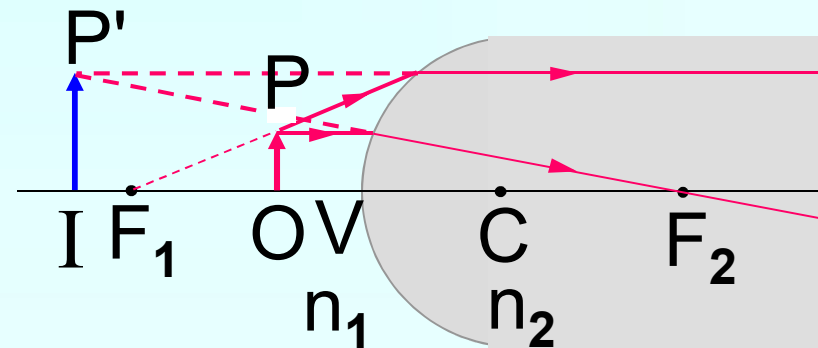


raggio PC passante per C non viene deviato

raggio PQ parallelo all'asse ottico passa per F_2

IP' immagine reale, capovolta e rimpicciolita

$$o < f_1$$

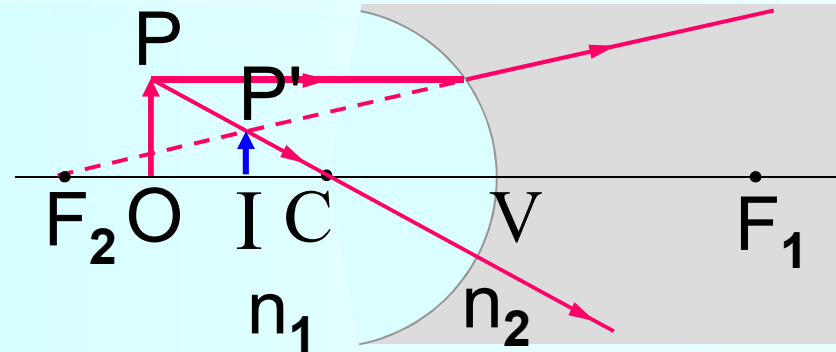


IP' immagine virtuale, diritta e ingrandita

Diottro concavo

distanze focali

$$f_1 < 0 \quad f_2 < 0$$

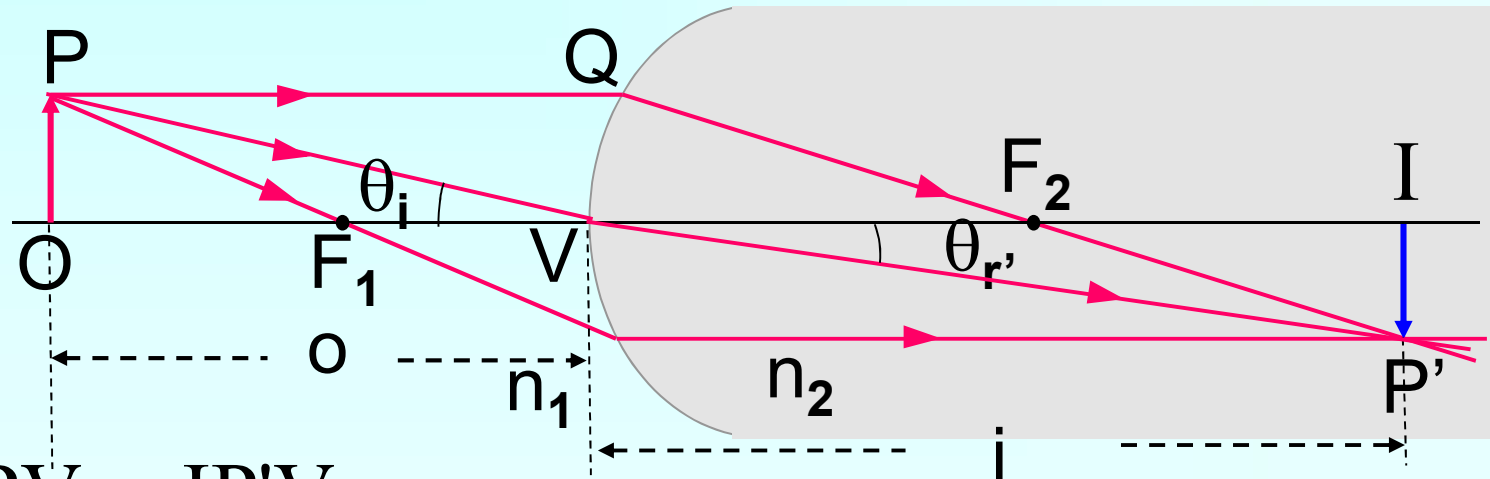


IP' immagine virtuale, diritta e rimpicciolita

Ingrandimento trasversale o laterale

$$\text{tg}\theta_i \cong \theta_i$$

$$\text{tg}\theta_{r'} \cong \theta_{r'}$$



Triangoli OPV e IP'V

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{i\theta_{r'}}{o\theta_i} = -\frac{i n_1}{o n_2}$$

Diottro piano

Caso limite del diottro sferico per $R \rightarrow \infty$

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = 0 \quad \Rightarrow \quad i = -\frac{n_2}{n_1} o$$

L'immagine di un oggetto puntiforme reale è sempre virtuale

L'immagine di un oggetto esteso in direzione parallela alla superficie rifrangente è virtuale, diritta e di dimensione uguale a quella dell'oggetto

$$m = -\frac{i n_1}{o n_2} = -\left(-\frac{o n_2}{n_1}\right) \frac{n_1}{n_2 o} = 1$$

Esempio

h profondità di una piscina

h' profondità apparente

Raggi parassiali

Equazione del diottro piano

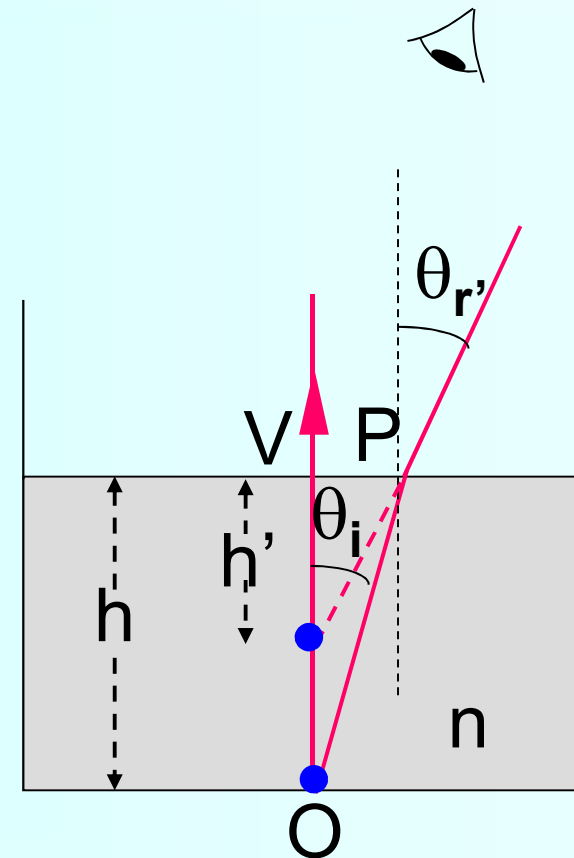
$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = 0$$

dove

$$o = h, \quad n_1 = n, \quad n_2 = 1$$

$$i = h' = -\frac{n_2}{n_1} o = -\frac{1}{n} h$$

i indipendente da θ_i



Se l'osservatore guarda in una direzione qualsiasi (raggi non parassiali)

$$h' = \frac{VP}{\operatorname{tg}\theta_{r'}} = \frac{h \operatorname{tg}\theta_i}{\operatorname{tg}\theta_{r'}} = h \frac{\operatorname{sen}\theta_i \operatorname{cos}\theta_{r'}}{\operatorname{sen}\theta_{r'} \operatorname{cos}\theta_i} =$$

$$\frac{h \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_{r'}}}{n \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_i} / n^2}$$

