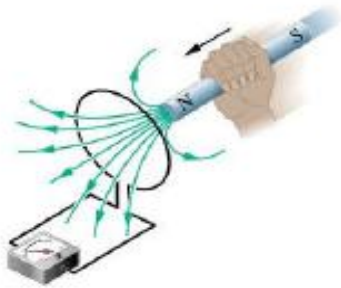


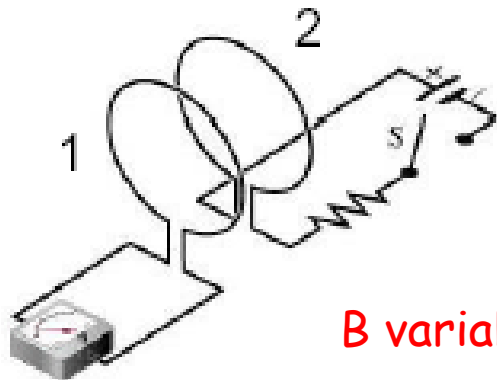
Induzione elettromagnetica (1)



Moto relativo tra circuito e magnete
(B costante)

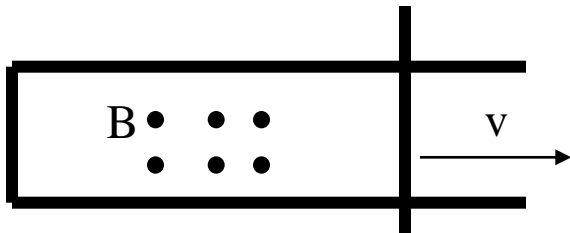
Primo esperimento: avvicinando o allontanando un magnete ad una spira (o la spira al magnete) si osserva un passaggio di corrente nella spira.

- Più velocemente si muove maggiore è la corrente
- Invertendo il moto o i poli del magnete il verso della corrente si inverte
- Stesso fenomeno sostituendo il magnete con una spira percorsa da corrente



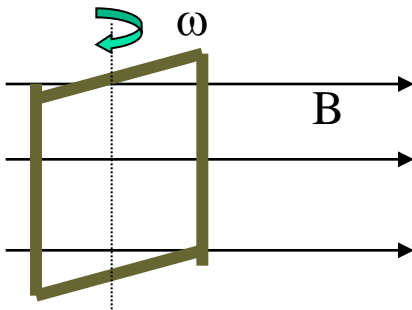
Secondo esperimento: chiudendo (o aprendo) il circuito 2, cui è collegata una batteria, si osserva un passaggio di corrente nel circuito 1, per poi tornare a zero.

Induzione elettromagnetica (2)



Terzo esperimento: B uniforme e costante perpendicolare al piano di una spira; quando la sbarra si muove si osserva passaggio di corrente.

Circuito deformato (B costante)



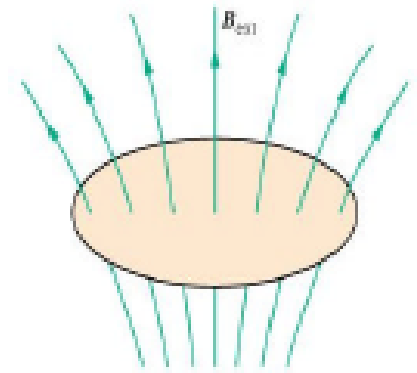
Quarto esperimento: B uniforme e costante orizzontale; quando la spira ruota, si osserva un passaggio di corrente.

Cambia l'orientazione tra circuito (rigido) e (B uniforme o meno)

Legge di Faraday

- Dall'esame quantitativo degli esperimenti visti, Faraday dedusse che: ogni qual volta il flusso del campo magnetico $\Phi(B)$ concatenato con il circuito varia nel tempo si ha nel circuito un **forza elettromotrice indotta** pari a :

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi(B)}{dt}$$



Dove

$$\Phi(B) = \int_S (\vec{B} \bullet \vec{n} dS)$$

B vs t
Varia l'intensità di B
che attraversa la spira

Varia θ

Varia la
superficie dS

Campo Elettrico indotto

- Se il circuito ha resistenza ohmica R , **la corrente indotta**:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi(B)}{dt}$$

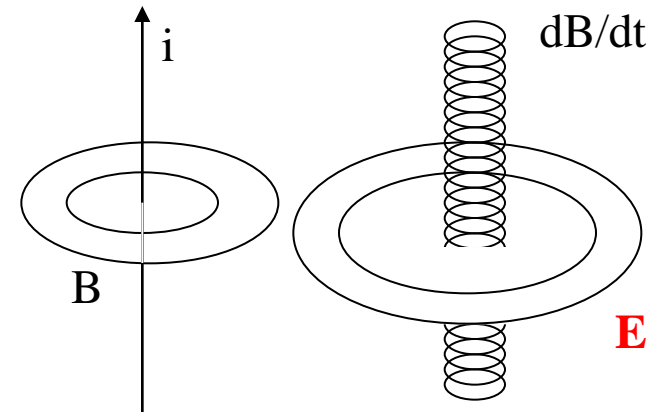


$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi(B)}{dt}$$



$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi(B)}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_n dS$$

- La variazione del flusso magnetico con una linea chiusa dà origine ad un **campo elettrico indotto**:
 - non conservativo
 - solenoidale (non è prodotto da cariche libere)
- Indipendentemente da come sia stato prodotto

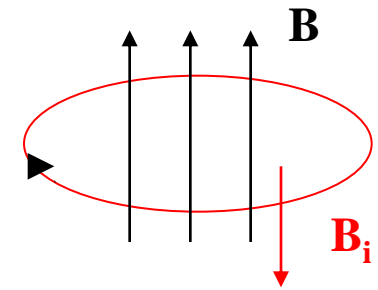


Legge di Lenz

- **Legge di Lenz:** l'effetto della f.e.m. indotta è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che l'ha generata.

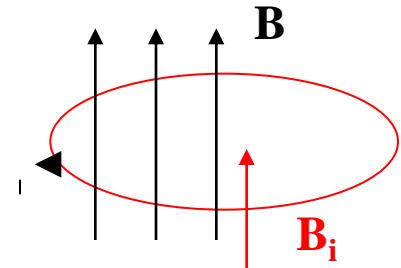
$$\rightarrow \frac{d\Phi(B)}{dt} > 0 \Rightarrow \varepsilon_i < 0 \Rightarrow i_i < 0$$

Il B_i genera un auto-flusso attraverso la spira che si oppone all'aumento di $\Phi(B) \rightarrow$ il flusso complessivo aumenta più lentamente

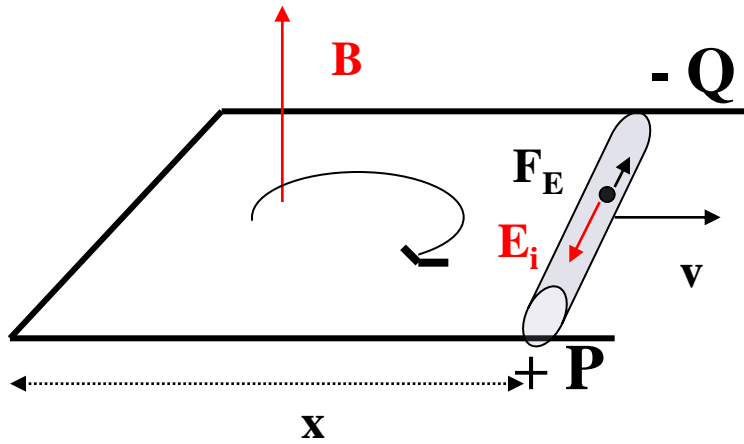


$$\rightarrow \frac{d\Phi(B)}{dt} < 0 \Rightarrow \varepsilon_i > 0 \Rightarrow i_i > 0$$

il flusso complessivo diminuisce più lentamente



Origine della F.e.m. indotta (1)



Una spira conduttrice si muove di moto traslatorio con \vec{v} in una regione in cui ci sia \vec{B} costante.

→ Gli elettroni di conduzione sono in moto
→ su di essi agisce la forza di Lorentz

$$\vec{F}_E = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

Si può definire un **campo elettromotore**

$$E_i = \frac{\vec{F}_E}{-e} = \vec{v} \times \vec{B} \quad \rightarrow$$

- Le cariche si mettono in moto lungo la spira
- dando origine ad una **corrente indotta** (che scorre in verso opposto a quello degli e^-)
- Il tratto di conduttore $\leftarrow \rightarrow$ un generatore di f.e.m con il morsetto $+$ in P e $-$ in Q .

Origine della F.e.m. indotta (1)

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_P^Q \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_P^Q \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = -vBb$$

\vec{E}_i e PQ hanno
direzione opposta

Legge di Faraday

$$\Phi(B) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} b dx = Bbx$$



$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -Bb \frac{dx}{dt} = -Bbv$$

✓ Il fenomeno di induzione elettromagnetica è stato ricondotto alla forza di Lorentz

Origine della F.e.m. indotta (2)

✓ Se il circuito è fisso ed il \mathbf{B} varia nel tempo: l'origine della f.e.m. indotta deve essere un \mathbf{E} indotto non conservativo.

➤ circuito è fermo $\rightarrow \vec{F}_E = -e\vec{v} \times \vec{B}$

In generale la F. di Lorentz: $\vec{F}_E = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow$

Una corrente indotta \rightarrow deve esistere un campo elettrico E_i

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_P^Q \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Esiste anche in assenza di un circuito conduttore

Applicazione della legge di Faray Lentz (1)

Attrito elettromagnetico e generatori

$$\Phi(B) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} b dx = Bbx$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -Bb \frac{dx}{dt} = -Bbv$$

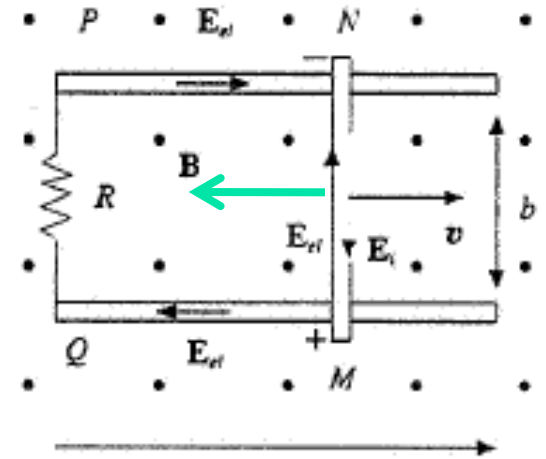


Circola una corrente
(senso orario)

$$i = \frac{\varepsilon_i}{(r + R)}$$

Sulla sbarra agisce una forza magnetica:
(resistenza di attrito elettromagnetico)

$$\vec{F} = i \overrightarrow{NM} \times \vec{B} = -\frac{B^2 b^2}{r + R} \vec{v}$$



$$\vec{B}$$

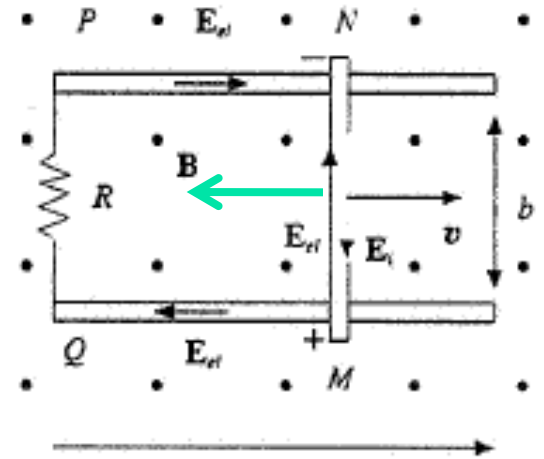
Applicazione della legge di Faray Lentz (1)

Per vincere la forza di attrito elettromagnetico bisogna applicare una forza esterna, spendendo una potenza **meccanica** ritrovata come potenza elettrica spesa sulle resistenze del circuito.

$$P = \vec{F}_{ext} \bullet \vec{v} = \frac{B^2 b^2 v^2}{r + R} = (r + R) i^2$$

$$= \varepsilon_i i$$

Potenza erogata dal *Generatore*



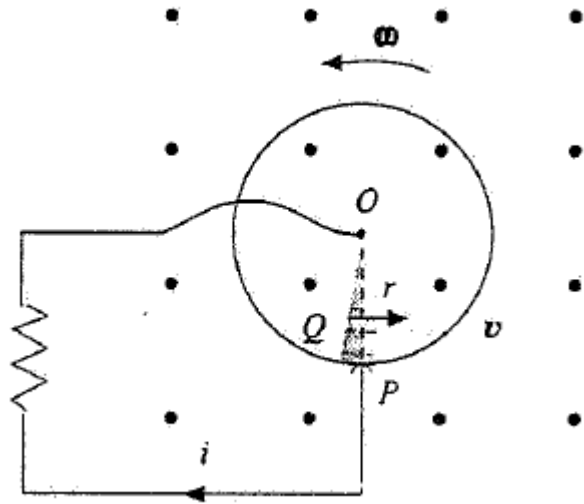
Applicazione della legge di Faray Lentz (2)

Disco di Barlow (disco conduttore)

Secondo esempio in cui si ha trasformazione di potenza meccanica in potenza elettrica. Disco conduttore:

Il campo indotto su ciascun elemento di OP:

$$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B} = r\omega B \vec{u}_r$$

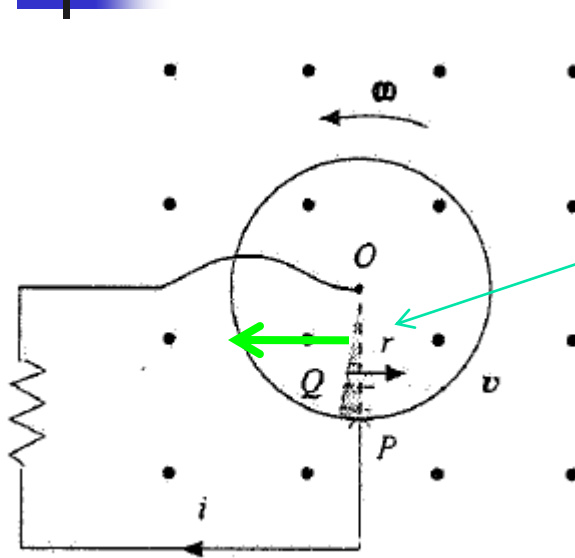


$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \oint r\omega B \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = \int_0^a r\omega B dr = \frac{1}{2} \omega B a^2$$

La corrente indotta, se R è la resistenza totale del circuito, circola dal centro verso il bordo.

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R}$$

Disco di Barlow



Allo stesso tempo sull'elemento radiale di corrente dr

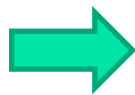
$$d\vec{F} = i d\vec{r} \times \vec{B}$$

$$d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F}$$

Entrante
perpendicolare al
piano

$$i_i = \int_0^a r \omega B dr = \frac{\omega B a^2}{2R}$$

$$d\vec{M} = -\frac{B^2 a^2}{2R} r dr \vec{\omega}$$



$$\vec{M} = \int_0^a d\vec{M} = -\frac{B^2 a^4}{4R} \vec{\omega}$$

Momento frenatente (di tipo viscoso): **momento di attrito elettromagnetico.**

Per mantenere il disco in moto, bisogna applicare un momento esterno:

$$\vec{M}' = -\vec{M}$$

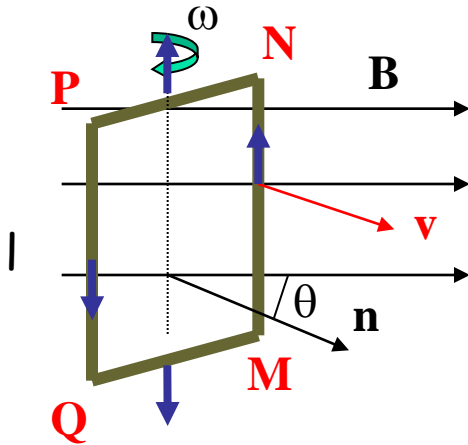
$$P = -M\omega = \frac{B^2 a^4 \omega^2}{4R} = Ri^2 = \varepsilon_i^2 / R$$

E spendere potenza che risulterà uguale alla potenza elettrica

Applicazione della legge di Faray Lentz (3)

Generatore di corrente sinusoidale

Una spira rettangolare **ruota** con velocità angolare ω costante attorno ad un asse verticale, in un campo magnetico \mathbf{B} uniforme e costante orizzontale, perpendicolare all'asse di rotazione.



$$\vec{F}_{MN} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\varepsilon_{MN}^b = \varepsilon_{PQ} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \overrightarrow{MN} = vB \sin \theta l \quad \varepsilon_{NP} = \varepsilon_{QM} = 0$$

$$\varepsilon_i = 2vB \sin \theta l$$



$$\varepsilon_i = 2\omega \frac{b}{2} l B \sin \omega t = \omega S B \sin \omega t$$

$$\Phi(B) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = BS \cos \theta$$

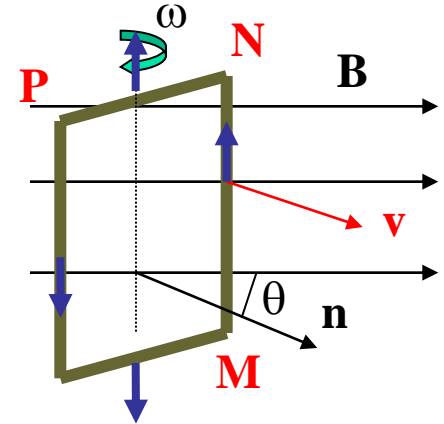


$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega B S \sin \omega t$$

Applicazione della legge di Faray Lentz (3)

f.e.m. varia sinusoidalmente nel tempo, con valore max

$$\varepsilon_{\max} = \omega BS$$



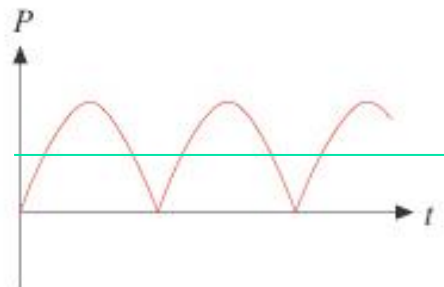
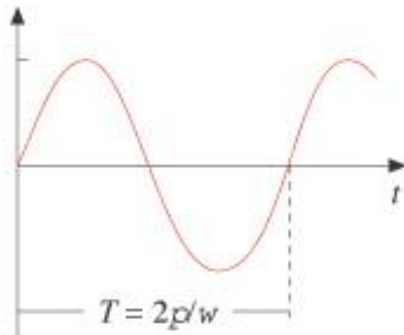
Se la spira è collegata ad una R

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\omega BS \sin(\omega t)}{R}$$

Viene spesa **una potenza elettrica:**

$$P = \varepsilon_i i = \frac{\varepsilon_{\max}^2 \sin^2 \omega t}{R} =$$

Anche in questo caso si verifica che per mantenere in rotazione la spira contro il mom.meccanico delle forza magnetica (che tende ad orientare il $\mathbf{m} // \mathbf{B}$ occorre fornire una potenza mecc. P)



$$P_{\text{med}} = \frac{\varepsilon_{\max}^2}{2R}$$



Legge di Felici

Quando una spira di resistenza R si muove in un B , in essa viene indotta una corrente:

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$$

Nell'intervallo t_1, t_2 nella spira fluisce una carica q

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$$

Legge di felici

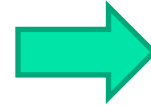
Non dipende dalla legge temporale con cui varia il flusso ma solo dalla sua variazione. Fornisce un metodo semplice di misura dell'intensità del campo B .



Misure di campo magnetico

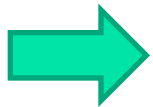
Preso una bobina piatta composta da N spire, la disponiamo ortogonalmente alle linee del campo B

$$\Phi_1 = NBS$$



Spostando la bobina in una zona in cui il $B = 0$

$$\Phi_2 = 0$$



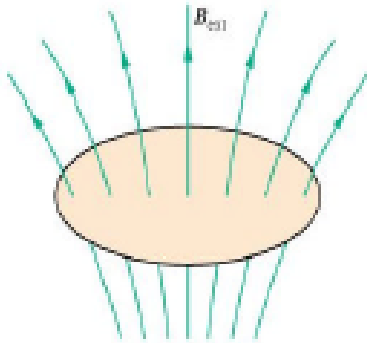
$$q = \frac{\Phi_1}{R} = \frac{NBS}{R}$$

\Rightarrow

$$B = \frac{qR}{NS}$$

Autoinduzione (1)

Un circuito percorso da corrente genera un **B**
(legge di Ampere-Laplace):



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint_{\gamma} \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Produce un flusso attraverso il circuito stesso (ossia attraverso una qualunque S che abbia γ come contorno)

$$\Phi = \int_S \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint_{\gamma} \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2} \right) \cdot \vec{n} dS = iL$$

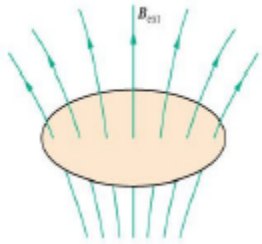
L: coefficiente di autoinduzione o **induttanza**

Dipende dalla forma del circuito ed è costante se esso è indeformabile.

$$[L] = \Phi/i = \text{weber/Ampere} = \Omega\text{s} = \text{Henry [H]}$$

Esempio: calcolo di L x un solenoide rettilineo indefinito

Autoinduzione (2)



Se la i non è costante o cambia la forma del circuito

- il flusso concatenato cambia
- nel circuito compare una f.e.m indotta di autoinduzione

$$\varepsilon_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}$$

La ε_L è tale da opporsi alla variazione della corrente stessa

Un circuito con induttanza non nulla si dice induttivo e lo si indica

