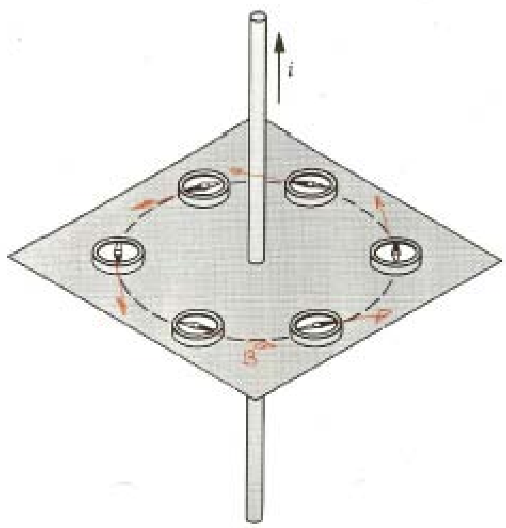
Sorgenti del campo e Legge di Ampere

I legge di Laplace

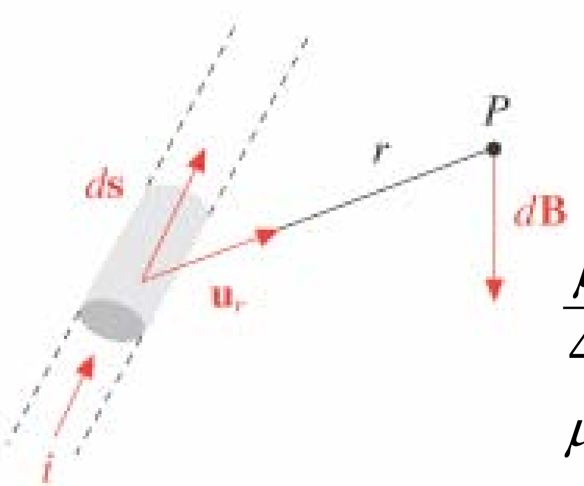


➢ 1820: H. C. Oersted scoprì che un filo percorso da corrente produce un campo magnetico: i magneti risentono di una forza.

(il B esercita un momento torcente sull'ago della bussola e lo allinea con B)

Prima legge elementare di Laplace

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$



$$\frac{\mu_0}{4\pi} = k = 10^{-7}\, Tm/A$$

$$\mu_0 \ \text{permeabilità magnetica del vuoto} = 1.26\, 10^{-6}\, Tm/A$$

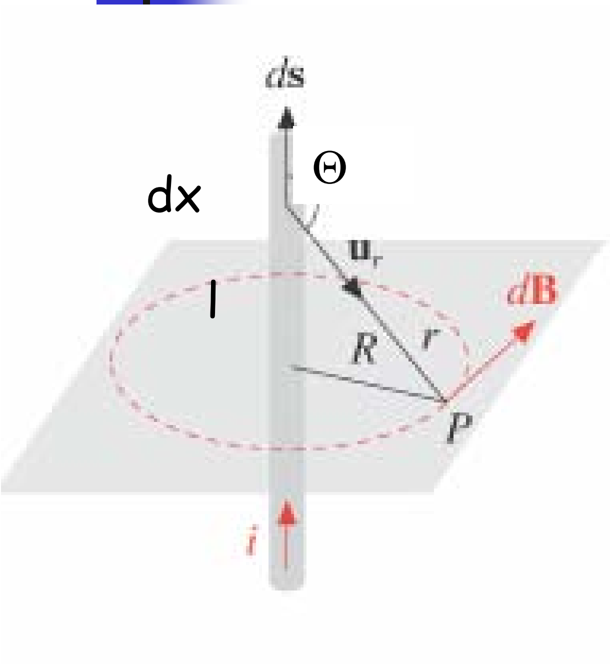
Legge di Ampere - Laplace

Per un circuito chiuso:

$$\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} \times \vec{\mathrm{u}}_\mathrm{r}}{\mathrm{r}^2}$$

Legge di Ampere Laplace

Esempio: filo rett. lungo 2a



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl\,\mathrm{sen}\,\theta}{r^2}$$

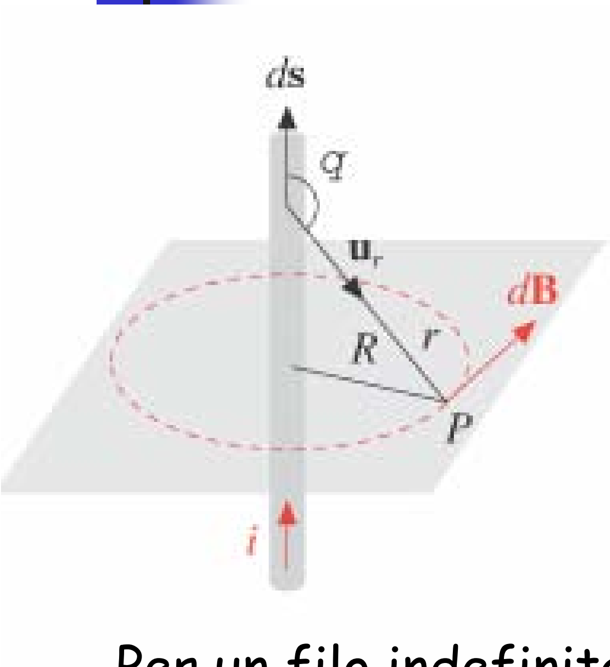
$$r = R/sen(\pi-\vartheta) = R/sen\vartheta \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{sen\vartheta^2}{R^2}$$

$$l = r\cos(\pi-\vartheta) = -r\cos\vartheta = -\frac{R}{sen\vartheta}\cos\vartheta \Rightarrow dl = R\frac{d\vartheta}{sen^2\vartheta}$$

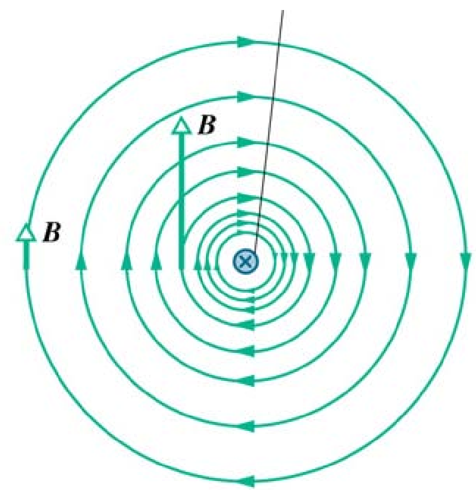
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\mathrm{sen}\,\theta d\theta}{R} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\cos\theta}{R}$$

$$B_{filo} = 2\int_{\cos\theta_1}^{0} dB = -\frac{2\mu_0 i}{4\pi}\int_{\cos\theta_1}^{0}\frac{d\cos\theta}{R} = \frac{\mu_0 i\cos\theta_1}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R\sqrt{R^2+a^2}}$$

Legge di Biot-Savart



$$\vec{B}_{\text{filo}} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R\sqrt{R^2 + a^2}}\vec{u}_\phi$$

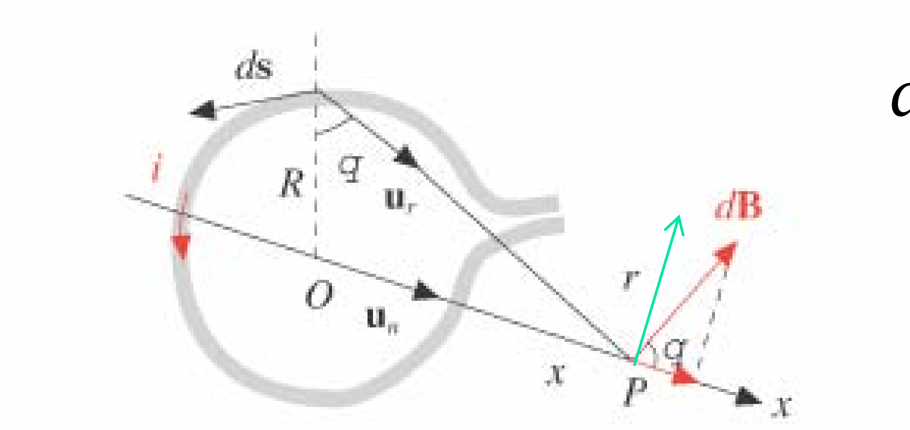


Per un filo indefinitamente lungo:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\vec{u}_\phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\vec{u}_t \times \vec{u}_n$$

Legge di Bio – Savart

Esempio: spira circolare



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{r^2}$$

$$dB_x = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{r^2}\cos\theta$$

Nei punti sull'asse della spira il campo è parallelo all'asse!!

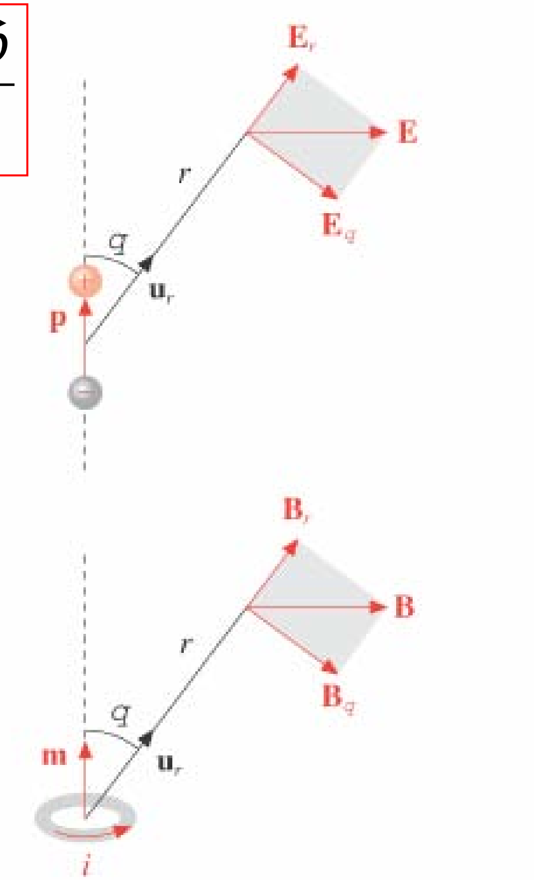
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\oint\frac{dl}{r^2}\cos\theta\vec{u}_n = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\cos\theta}{r^2}2\pi R\vec{u}_n$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{r^3}\vec{u}_n = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{u}_n$$

Spira circolare: casi particolari

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_n$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}$$



$$x = 0 \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \vec{u}_n \quad \text{max}$$

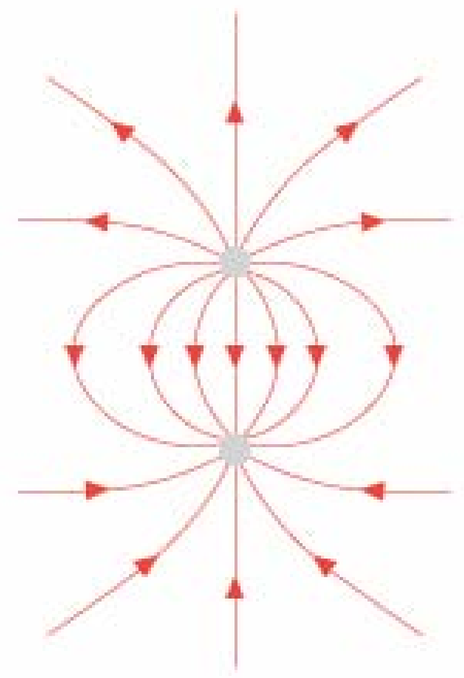
$$x \to \infty \Rightarrow \vec{B} = 0$$

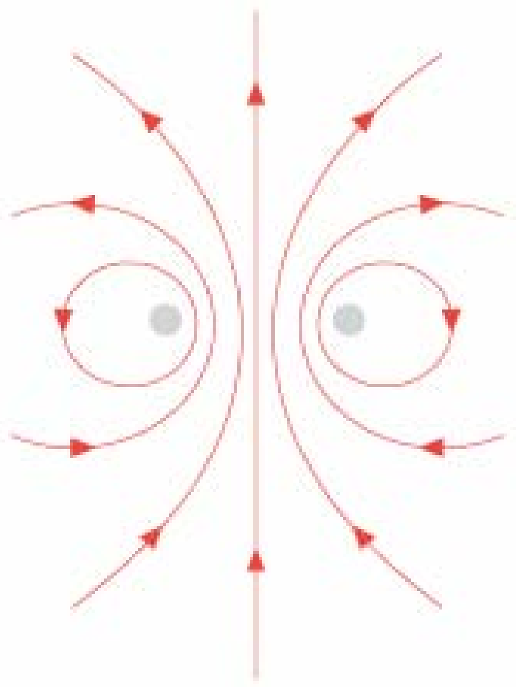
$$x >> R \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3} \vec{u}_n = \frac{\mu_0 i \pi R^2}{4\pi x^3} \vec{u}_n = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{m}}{x^3}$$

Linee di campo dipolo elettrico ←→ magnetico

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}(2\cos\theta\vec{u}_r + sen\theta\vec{u}_\theta)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{x^3}(2\cos\theta\vec{u}_r + sen\theta\vec{u}_\theta)$$



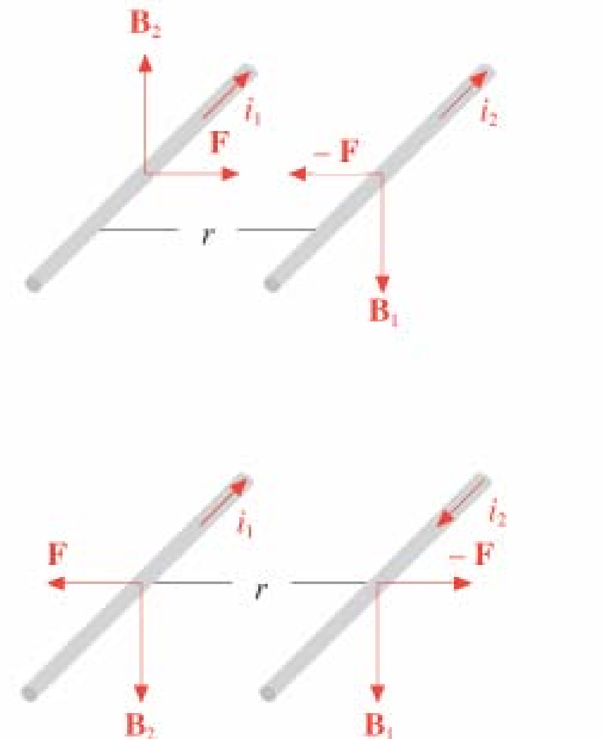


Circuitazione = 0

Circuitazione non è nulla

Forza tra correnti

Consideriamo due fili rett. Paralleli molto lunghi e vicini tali da poterli considerare indefiniti, percorsi dalla corrente i1 e i2



$$d\vec{F}_{12} = i_2 \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}_1 \times B_1$$

$$\vec{F}_{12} = i_2 \mathrm{d}\vec{\mathrm{u}}_1 \times B_1 \qquad \vec{F}_{21} = i_1 \mathrm{d}\vec{\mathrm{u}}_1 \times B_2$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1}{r} \quad \mathrm{e}\ B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_2}{r}$$

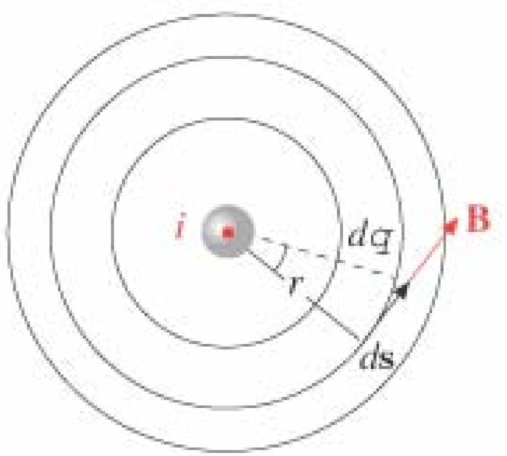
Correnti che scorrono nello stesso verso si attraggono, in verso opposto si respingono

$$\mathrm{F}_{21} = \frac{\mu_0 \mathrm{i}_1 \mathrm{i}_2}{2\pi \mathrm{r}} = \mathrm{F}_{12}$$

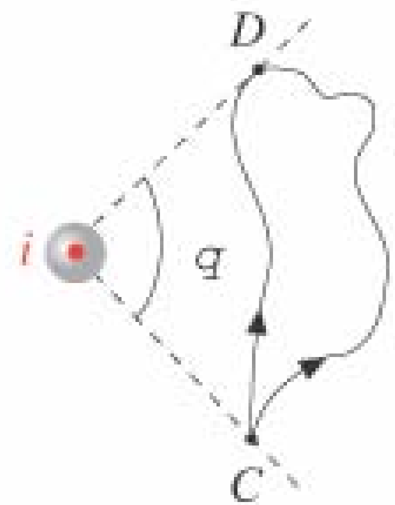
Unità di misura fondamentale: la corrente

SI Unità di misura fondamentale l'A: definito come intensità di corrente che circolando in due fili rettilinei distanti r=1 m dà luogo ad una forza di 2 10^{-7} N/ m per metro di ciascun conduttore.

Legge di Ampere



$$\vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\theta \quad \Rightarrow$$

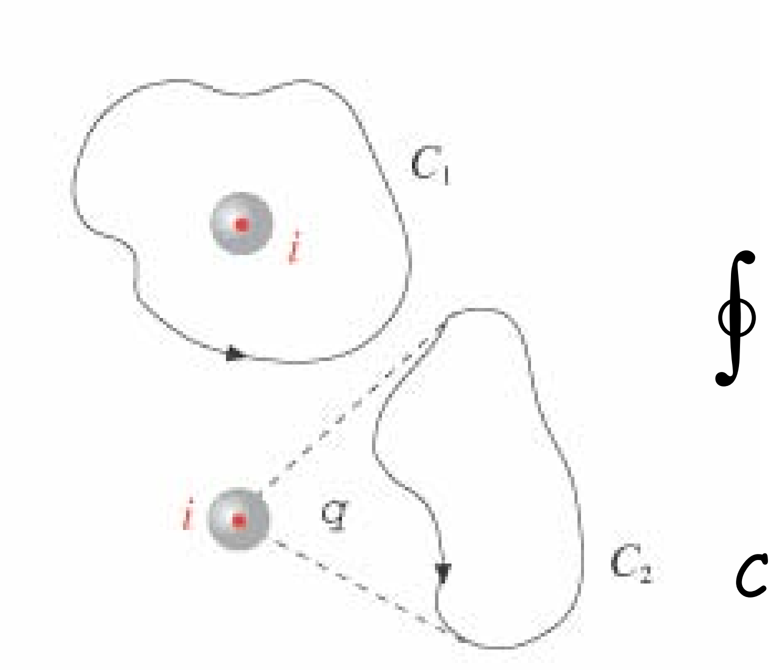


$$\int_C^D \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_C^D d\theta = \frac{\mu_0 i\theta}{2\pi}$$

Qualunque sia il percorso da C a D

$$\int_D^C \vec{B}\cdot d\vec{l} = -\frac{\mu_0 i\theta}{2\pi} \quad \Rightarrow$$

Legge di Ampere



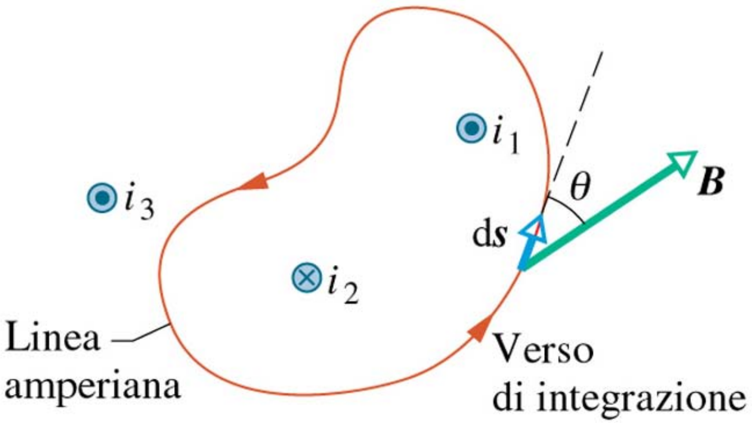
Consideriamo un linea chiusa:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint d\theta$$

C1 $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 i 2\pi}{2\pi} = \mu_0 i$$

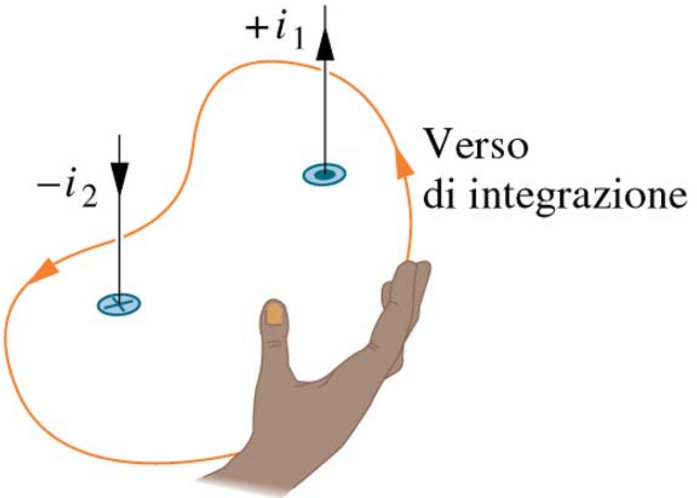
C2 $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Legge di Ampere

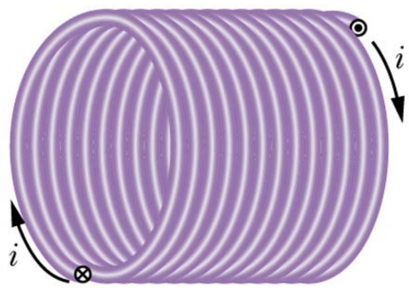


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{concatenate}$$

Il campo B non è conservativo



Applicazioni: B di un solenoide

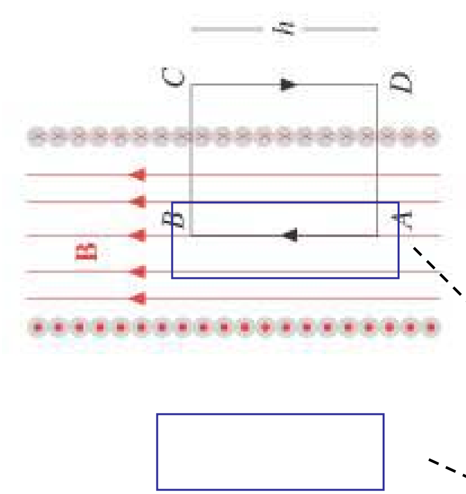


Solenoide rettilineo indefinito:

n densità delle spire.

B // asse del solenoide

Uniforme



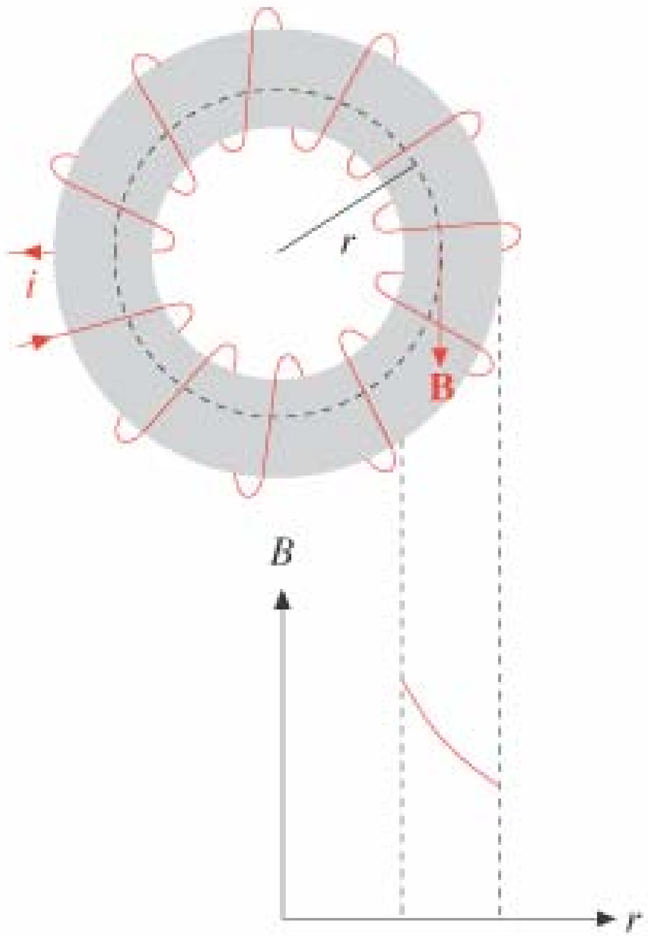
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{concatenate} \Leftrightarrow Bh = \mu_0 nhi$$

$$\boxed{B = \mu_0 ni}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$

B uniforme =0 esterno

Applicazioni: B di un solenoide toroidale



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{concatenate}$$

$$\Leftrightarrow B 2\pi r = \mu_0 N i$$

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

Riassumiamo le proprietà dei campi E e B

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{concatenate}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_{\text{concatenate}}$$