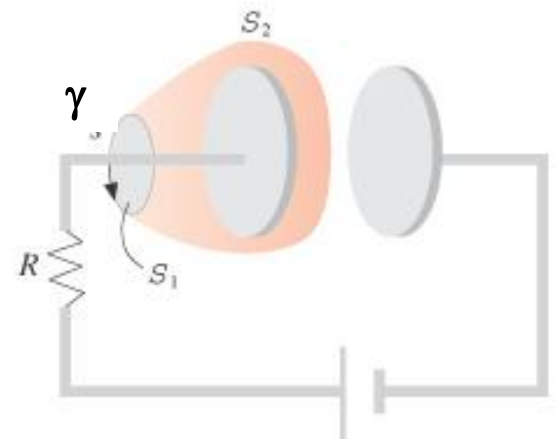
Legge di Ampere Maxwell

Legge di Ampere è valida solo in condizioni stazionari



$$\oint_{\gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 i = \mu_0 \int_{S_1} \vec{J} \bullet \vec{n} dS$$

S è la superficie che poggia sulla curva γ che concatena i

Nel processo di carica di C abbiamo supposto che i(t) circoli ovunque. MA tra le armature non possono esserci correnti di conduzione. Piuttosto su una armatura c'è una variazione di dq/dt corrispondente alla corrente entrante, e sull'altra c'è una variazione –dq/dt cui corrisponde un corrente uguale ed uscente.

$$\int_{S1} \vec{J} \bullet \vec{n} dS = i$$

$\Rightarrow$ J non è solenoidale

$$\int_{S2} \vec{J} \bullet \vec{n} dS = 0$$

Modificare legge di Ampere!!

Legge di Ampere Maxwell

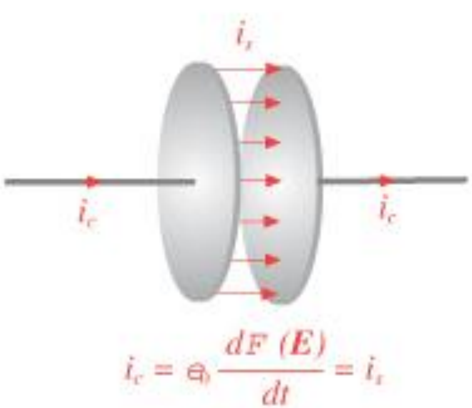
Sia S superficie chiusa. In condizioni non stazionarie:

(x il principio di conservazione della carica)

$$\boxed{\oint_S \vec{J} \bullet \vec{n} dS = -\frac{dq}{dt}}$$

Teorema di Gauss

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \bullet \vec{n} dS = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$



$$\frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \oint_S \frac{d\vec{E}}{dt} \bullet \vec{n} dS = -\oint_S \vec{J} \bullet \vec{n} dS$$

$$\Leftrightarrow \quad \oint_S \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \right) \bullet \vec{n} dS = 0$$

$$\boxed{\vec{J}_{Tot} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}}$$

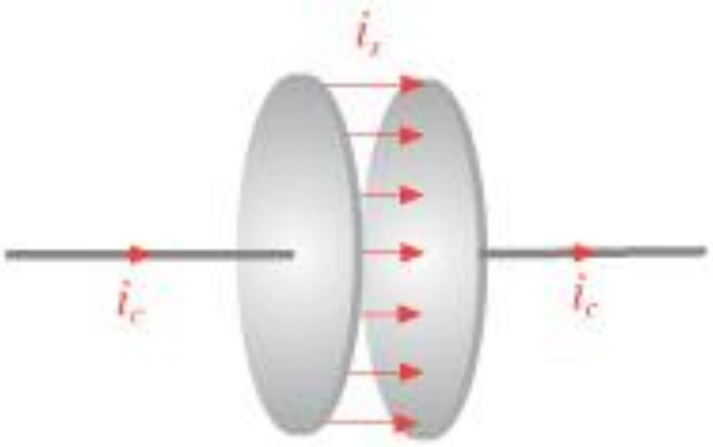
solenoidale

Corrente di spostamento

Il vettore $\boxed{\vec{J}_{Tot} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}}$ è solenoidale anche in condizioni non stazionarie

Densità di corrente di spostamento

$$\boxed{\vec{J}_s = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}}$$

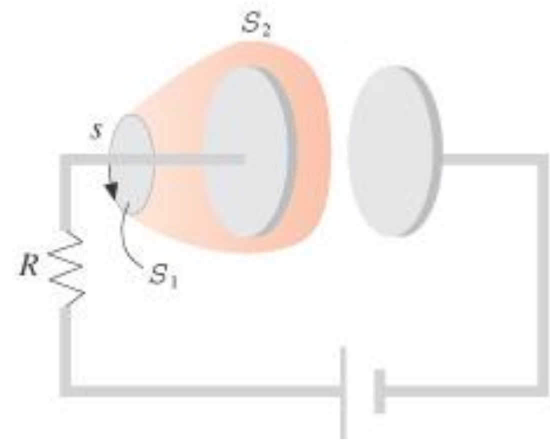


$$\boxed{i_s = \oint_S \vec{J}_s \bullet \vec{n} dS = \varepsilon_0 \oint_S \frac{dE}{dt} \bullet \vec{n} dS = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

Corrente di spostamento

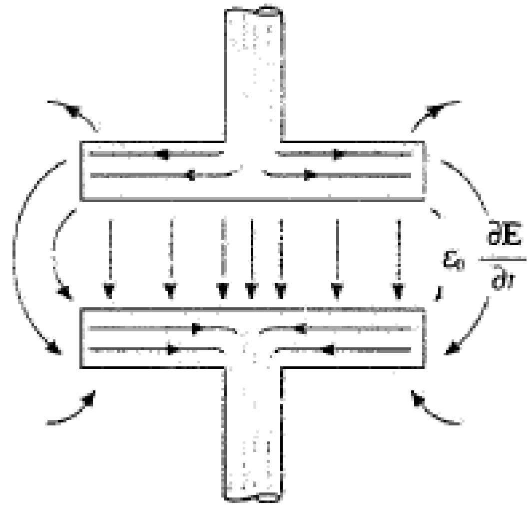
Densità di corrente di spostamento

$$\boxed{\vec{J}_{Tot} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}}$$



$$\int_{S1} \vec{J}_{tot} \bullet \vec{n} dS = \int_{S1} \vec{J} \bullet \vec{n} dS = i$$

$$\int_{S2} \vec{J}_{tot} \bullet \vec{n} dS = \int_{S2} \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \bullet \vec{n} dS = i$$



È solenoidale

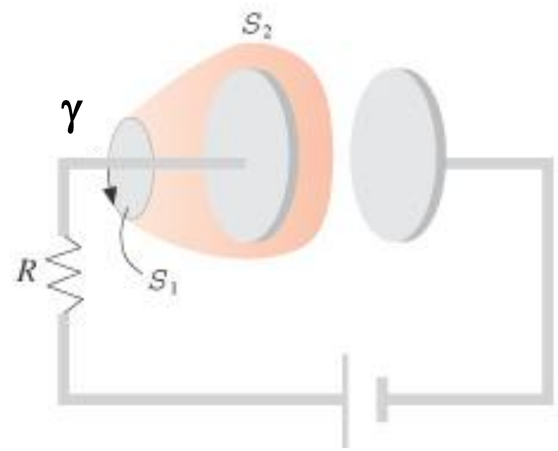
➢ i due flussi devono essere uguali. La corrente deve avere lo stesso valore lungo tutto il circuito.

➢ Coincide con la corrente di conduzione nei cavi e con la corrente di spostamento nel condensatore.

Legge di Ampere - Maxwell

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \int_S \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \right) \bullet \vec{n} dS$$

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \left(i_c + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right)$$

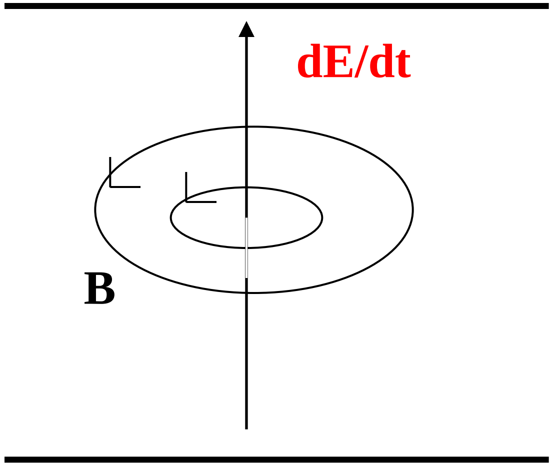


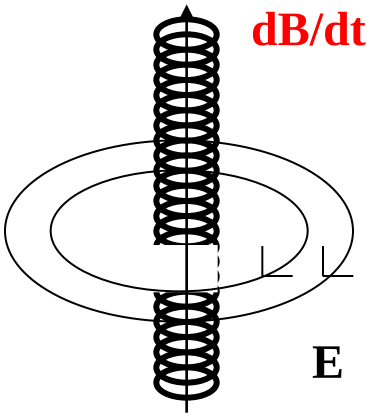
- La circuitazione di B non dipende dalla superficie S che poggia su γ
- Un flusso di campo E variabile nel tempo determina un campo B (simmetria rispetto all'equazione di Faraday – Lenz)
- I campi B sono prodotti sia dalle correnti di conduzione che da variazioni temporali del campo E.

Equazioni di Maxwell e Faraday Lentz

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \quad \Longleftrightarrow \quad \oint_{\gamma} \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

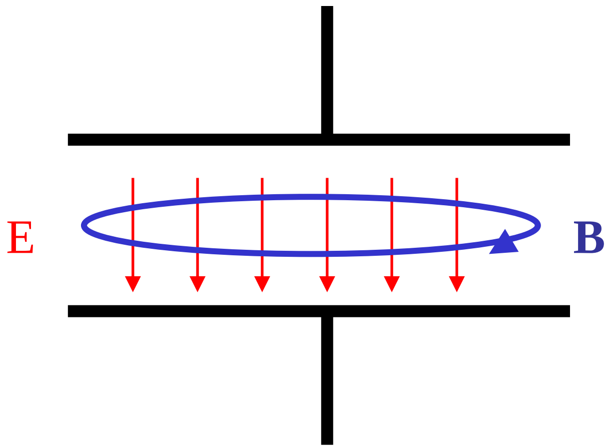
(Se non ci sono correnti di conduzione)





Verifica sperimentale

- Un condensatore a piatti piani e paralleli di raggio R è collegato ad un generatore che stabilisce tra le armature un $E = E_0 \mathrm{sen} wt$



Consideriamo una circonferenza di raggio r < R

$$\boxed{\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \int_S \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} \right) \bullet \vec{n} dS}$$

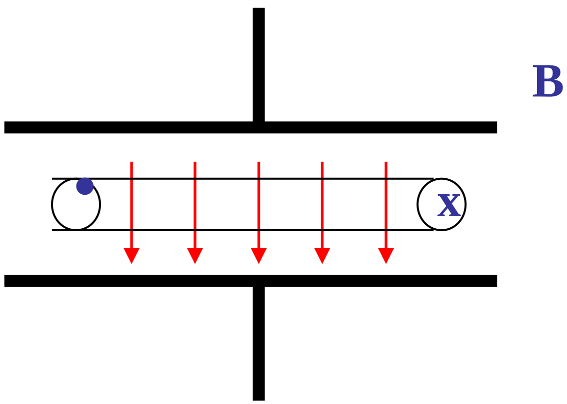
r < R

$$2\pi r B = \varepsilon_0 \mu_0 \int_S \frac{d\vec{E}}{dt} \bullet \vec{n} dS = \varepsilon_0 \mu_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

$$\boxed{B = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mu_0 r \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mu_0 r \omega E_0 \cos \omega t}$$

Verifica sperimentale

- La f.e.m. indotta in un solenoide toroidale avente N spire e di sezione S':



$$B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \mu_0 r \omega E_0 \cos \omega t$$

$$\varepsilon_i = -NS'\frac{dB}{dt} = NS'\frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} r\omega^2 E_0 sen\,\omega t$$

Per es. r = 10 cm
S = 3 cm^2
N = 600
$E_0=10^3$ V/m $\omega = 10^7$ rad/s

B = 5.6 10^{-9} cos 10^7t T

ε = 0.01 sen 10^7t V

Leggi fondamentali elettromagnetismo

L'interazione elettromagnetica è una delle 4 interazioni fondamentali.
Essa è associata ad una delle proprietà fondamentali di ogni particella, ossia alla **carica elettrica.**
L'interazione e.m. è descritta dal campo e. m. (**caratterizzata dai campi E e B**).
La carica q e la corrente sono le sorgenti del campo e. m.

$$\boxed{\vec{F} = q_0(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$

Forza di Lorentz

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \bullet \vec{u}_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\oint_S \vec{B} \bullet \vec{u}_n dS = 0}$$

Eq. Di Maxwell

$$\boxed{\oint_\gamma \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}}$$

$$\boxed{\oint_\gamma \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0\left(i_c + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}\right)}$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2}$$

Densità di energia elettromagnetica

Equazioni di Maxwell nel vuoto

Nello spazio vuoto ossia in assenza di carica e correnti

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \bullet \vec{u}_n dS = 0}$$

$$\boxed{\oint_S \vec{B} \bullet \vec{u}_n dS = 0}$$

$$\boxed{\oint_\gamma \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}}$$

$$\boxed{\oint_\gamma \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}}$$

Equazioni di Maxwell in forma differenziale

Utilizzando il Teorema della divergenza, il flusso di E e B si può scrivere in forma locale:

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \iff \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho(x, y, z)}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0} \iff \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

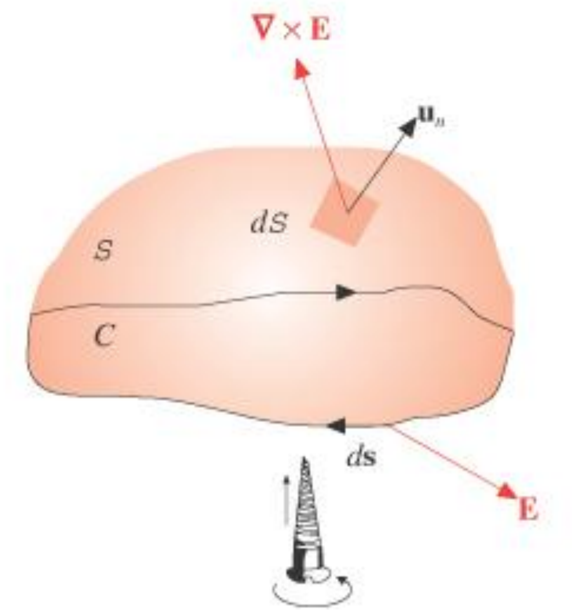
Utilizzando il Teorema Stokes, la circuitazione per campi E e B può essere scritta:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \qquad \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)}$$

Rotore del campo elettrostatico

Teorema di Stokes:

$$\boxed{\oint_C \vec{E} \bullet d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \bullet d\vec{S}}$$



Componenti cartesiane:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}}$$

In condizioni stazionarie:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0}$$

Il rotore è un operatore vettoriale che associa a un vettore un altro vettore le cui componenti sono date dalle differenze tra le derivate parziali delle componenti del vettore rispetto ai tre assi, combinate a due a due

Legge di Faraday Lenz in forma differenziale

$$\boxed{\oint_{\gamma} \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}}$$

$$\oint_{C} \vec{E} \bullet d\vec{l} = \int_{S} \vec{\nabla} \times \vec{E} \bullet d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{S} \vec{B} \bullet d\vec{S} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \bullet d\vec{S}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Legge di Ampere-Maxwell in forma differenziale

$$\boxed{\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \int_S \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \right) \bullet \vec{n} dS}$$

$$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \bullet d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{j} \bullet d\vec{S} + \varepsilon_0 \mu_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \bullet d\vec{S}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Se siamo in condizioni statiche:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$