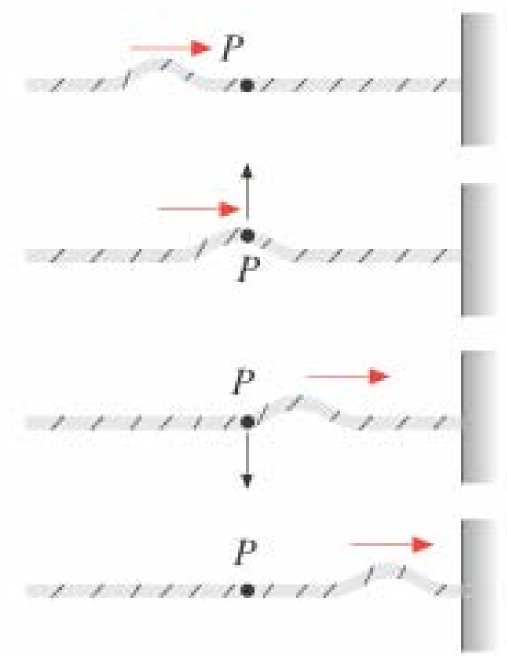
Richiami sui fenomeni ondulatori

- Cos'è un'onda?

- E' una perturbazione fisica, impulsiva o periodica che, prodotta da una sorgente in un punto dello spazio, si propaga in un mezzo con una velocità ben definita producendo successivamente un effetto in un altro punto

Richiami sui fenomeni ondulatori

- Le onde hanno origine da una sorgente, in cui si produce la perturbazione:
  - vibrazione di un corpo materiale che mette in movimento le molecole di un mezzo (onde elastiche)
  - Movimento di cariche elettriche (onde elettromagnetiche)



- **Onde meccaniche:**
  - si propagano in un mezzo materiale
- **Onde elettromagnetiche:**
  - non hanno bisogno di un mezzo in cui propagarsi, **possono propagarsi anche nel vuoto**

Le onde elettromagnetiche

- Sorgente di onde elettromagnetiche è un sistema di cariche accelerate che producono un campo elettrico **E(x,y,z,t)** e un campo magnetico **B(x,y,z,t)**

- I due campi **E(x,y,z,t)** e **B(x,y,z,t)** sono strettamente correlati fra loro

- Gli effetti della propagazione di **E(x,y,z,t)** e **B(x,y,z,t)** si manifestano in tempi successivi a distanze sempre maggiori dalla sorgente

- Le funzioni **E(x,y,z,t)** e **B(x,y,z,t)** costituiscono le *funzioni d'onda* che descrivono l'onda elettromagnetica

Onde elettromagnetiche piane

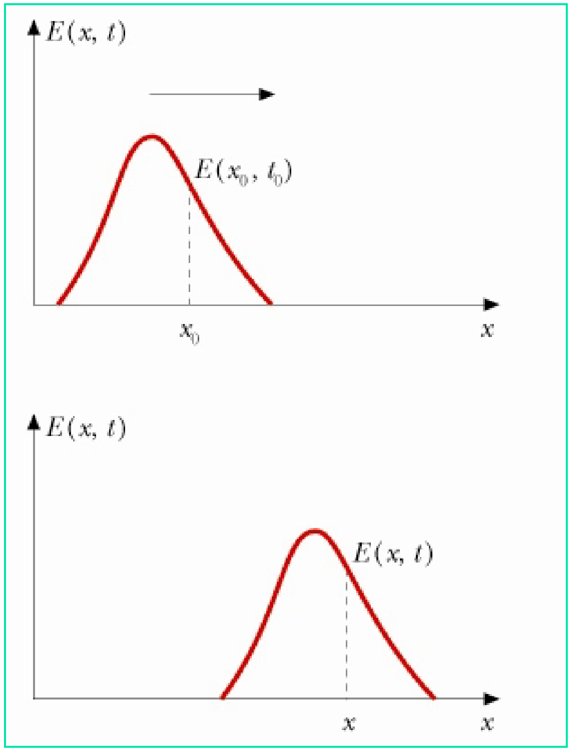
1. Sono descritte da funzioni del tipo:
   - **E**(x,t), **B**(x,t) dipendenti da una sola coordinata spaziale e dal tempo. Ossia risultano costanti in ciascun punto del piano yz.
2. Soddisfano l'equazione differenziale di d'Alembert

$$\boxed{\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\,\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}}$$

Dove v è la velocità di propagazione dell'onda

Le cui soluzioni hanno una forma del tipo:

$$\boxed{E(x-\mathrm{v}t) \quad \text{opp} \quad E(x+\mathrm{v}t)}$$



- Si tratta di una traslazione rigida di E(x,t)

Onde piane armoniche

$E(x,t) = E_0 sen k(x - \mathrm{v}t)$ o $E(x,t) = E_0 \cos k(x - \mathrm{v}t)$

E_0 è l'ampiezza dell'onda e k è il num. d'onda

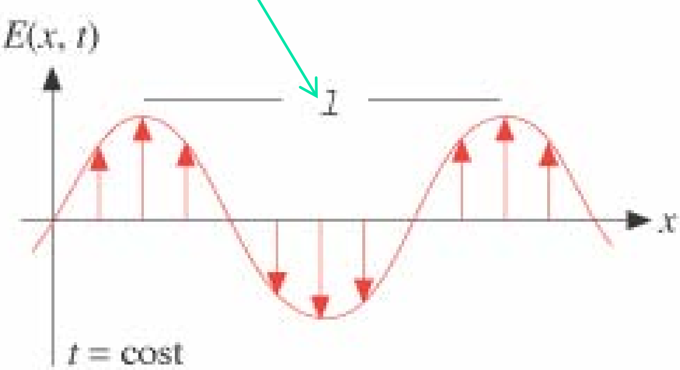
$E(x,t) = E_0 sen(kx - \omega t)$

$posto\ \omega = k\mathrm{v}$ la pulsazione dell'onda.

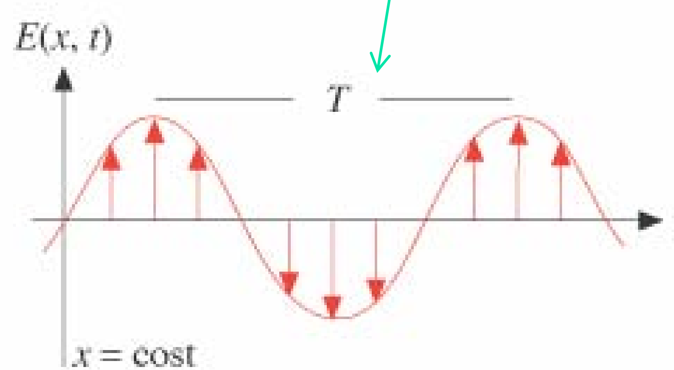
Fissato t_0 il valore della f. d'onda si ripete ogni $\boxed{k(x_2 - x_1) = 2\pi}$

Fissato x_0 il valore della f. d'onda si ripete ogni $\boxed{\omega(t_2 - t_1) = 2\pi}$

$\boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k} \text{ lunghezza d'onda}}$



$\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega} \text{ periodo}}$



Equazioni di Maxwell e le onde e.m piane

Le eq. Di maxwell ammettono come soluzione particolare un campo E e B perpendicolari fra loro. Si assuma

- lo spazio vuoto (ossia assenza di carica e correnti)
- $E_x = 0 \quad , E_y = E \quad , E_z = 0 \qquad\qquad B_x = 0 \quad , B_y = 0 \quad , B_z = B$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \Rightarrow \quad \frac{\partial E}{\partial y} = 0 \qquad 1$$

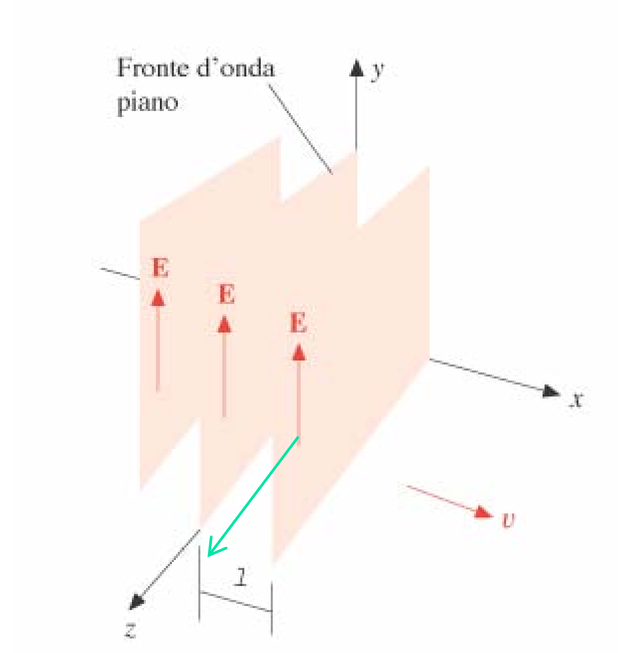
$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0} \Rightarrow \quad \frac{\partial B}{\partial z} = 0 \qquad 2$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \Rightarrow \quad \frac{\partial E}{\partial z} = 0 \qquad 3 \qquad\qquad \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad 4$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}} \Rightarrow \quad \frac{\partial B}{\partial y} = 0 \qquad 5 \qquad\qquad -\frac{\partial B}{\partial x} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \qquad 6$$

Equazioni di Maxwell e le onde e.m piane

- Le equazioni 1-2-3-5 indicano che i **campi E e B dipendono solo da x e t.** Ossia i campi hanno lo stesso valore nei punti dei piani perpendicolari all'asse x (onde e.m. piana)



- consideriamo le eq. 4-6

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} &= -\frac{\partial^2 B}{\partial x \partial t} \\ -\frac{\partial^2 B}{\partial x \partial t} &= \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}}$$

Equazioni di Maxwell e le onde e.m piane

Il campo E si propaga lungo x con velocità

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} = 2.99792 \cdot 10^8$$

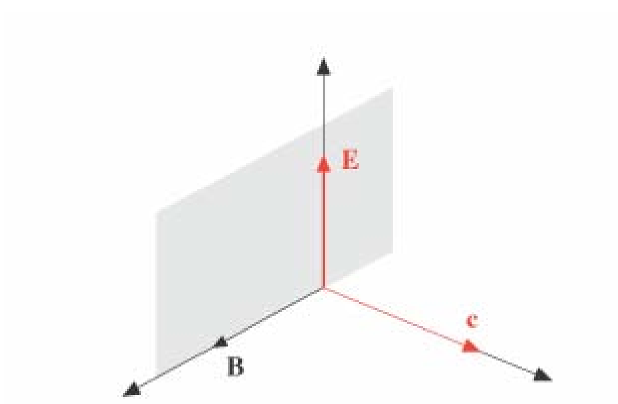
$$E = E(x - ct)$$

Velocità della luce nel vuoto (→ la luce è un e.m)

Analogamente:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

Quindi anche il campo B si propaga lungo x con velocità c.



$$B = B(x - ct)$$

Onde e.m (proprietà)

Consideriamo onde armoniche

$$E = E_0 senk(x - ct)$$

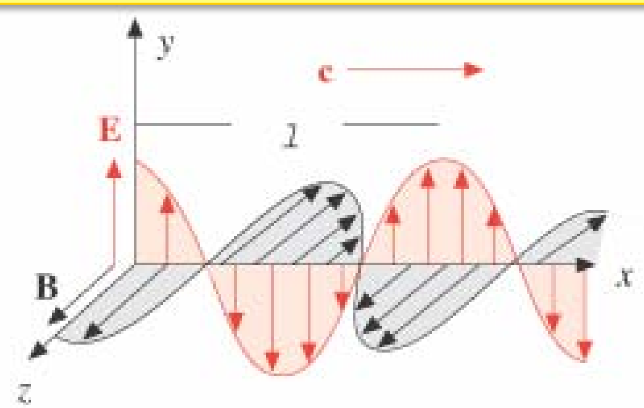
$$B = B_0 senk(x - ct)$$

Sostituendo nelle Eq. 4 e 6

$$E_0 = cB_0 \qquad \Rightarrow \qquad E = cB$$

- i campi E e B sono in fase e raggiungono i valori max e min allo stesso istante.

- I campi **E** e **B** che si propagano **giacciono nei piani perpendicolari alla direzione di propagazione ossia E, B e la direzione di propagazione formano una terna destrorsa**



Le onde e.m. sono onde trasversali

Onda **polarizzate rettilineamente** (definito da quello del campo E)

Vettore di Poynting

La presenza di un campo e.m. in una certa regione di spazio vuoto comporta la presenza di una densità di energia:

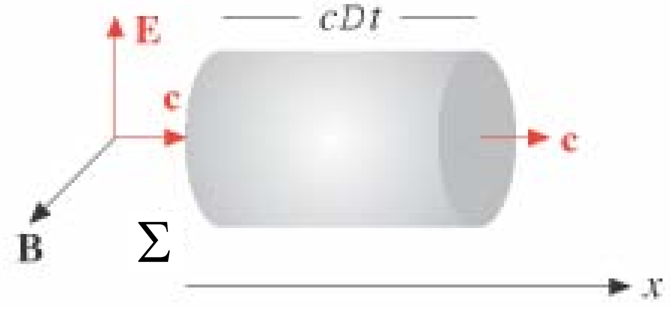
$$\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2}$$

Ossia: x un onda em. Piana (ma il risultato è vero in generale)

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}\frac{E^2}{c^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{\varepsilon_0\mu_0}{2\mu_0}\frac{E^2}{} = \varepsilon_0 E^2}$$

$$dU = u\Sigma c dt = \varepsilon_0 E^2 c\Sigma dt$$

$$\mathrm{P} = \frac{dU}{dt} = \varepsilon_0 E^2 c\Sigma$$

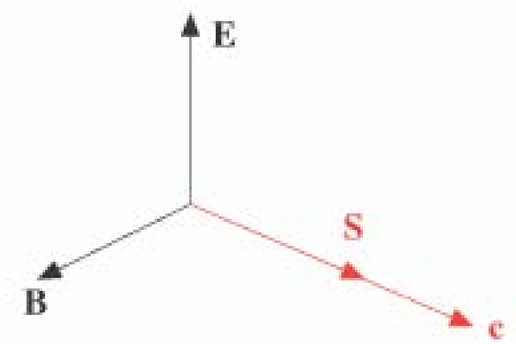


$$\vec{S} = \varepsilon_0 E^2 \vec{c}$$

$$\boxed{\mathrm{P} = \int_\Sigma \vec{S}\cdot d\vec{S} = S\Sigma}$$

Vettore di Poynting

$$\left.\begin{aligned}\vec{S} &= \varepsilon_0 E^2 \vec{c} \\ B &= E/c\end{aligned}\right\}$$



$$\vec{S} = \varepsilon_0 EBc\vec{c} = \varepsilon_0 c^2 EB\vec{u}_x = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}}$$

Vettore di Poynting: avente direzione e verso coincidenti con quelli della velocità di propagazione ed il suo modulo rappresenta l'energia e.m. che per unità di tempo passa attraverso l'unità di superficie ortogonale alla direzione di propagazione.

Intensità dell'onda e.m.

Onda em piana armonica polarizzata rettilineamente

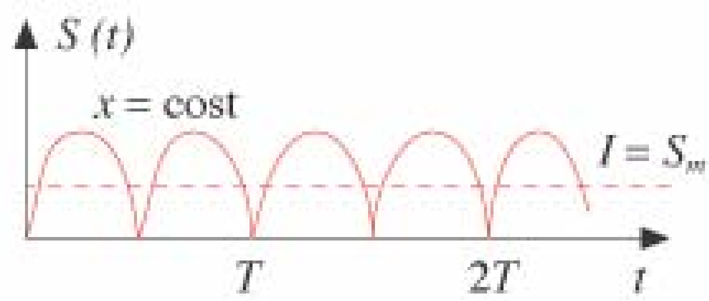
$$E = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$S = \varepsilon_0 c E^2 = \varepsilon_0 c E^2{}_0 \cos^2(kx - \omega t)$$

Valore medio → $$S_m = \varepsilon_0 c (E^2)_m = \varepsilon_0 c \frac{1}{t}\int_0^t E_0^2 \cos^2(kx - \omega t)\, dt = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$$

L'intensità dell'onda em piana (ossia la potenza media per unità di superficie trasportata dall'onda:):

$$\boxed{I = S_m = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2}$$



Pressione di radiazione

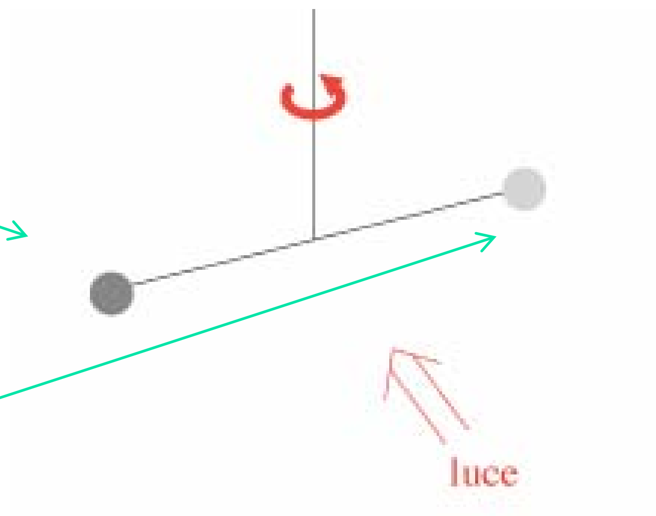
Un'onda em trasporta oltre che energia anche **quantità di moto** !!

$$\boxed{p = \frac{I}{c} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2}$$

Pressione di radiazione

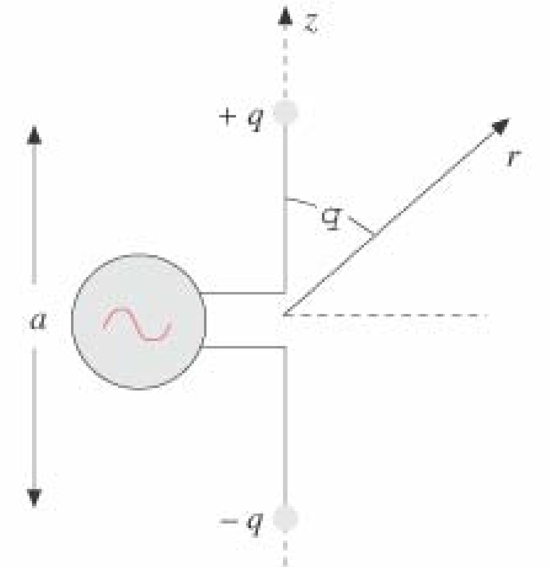
$$p_{rad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

$$p_{rad} = \frac{2I}{c} = \varepsilon_0 E_0^2$$



Radiazione e.m. prodotta da un dipolo elettrico oscillante

Uno dei meccanismi fondamentali della produzione di onde em è **l'accelerazione** di **una carica elettrica**.
Consideriamo un antenna di lunghezza a, ossia un dipolo elettrico oscillante:



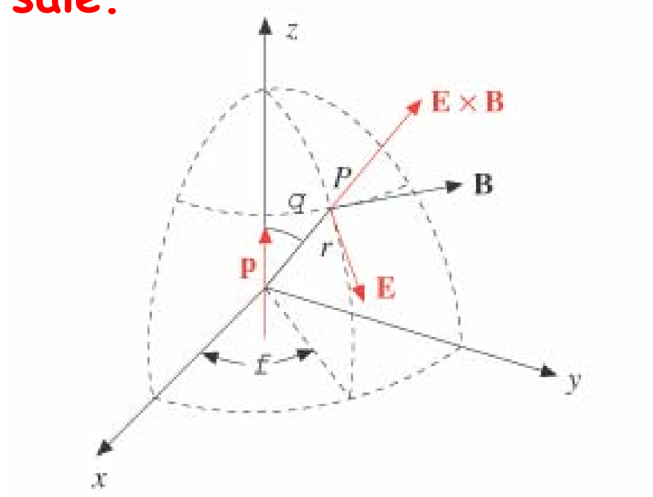
$$q = q_0 sen\omega t \rightarrow i = \frac{dq}{dt} = \omega q_0 \cos \omega t$$

Cui corrisponde un momento di dipolo elettrico

$$p = qa = q_0 a sen\omega t = p_o sen\omega t$$

Radiazione e.m. prodotta da un dipolo elettrico oscillante

A grande distanza si propaga un onda **em trasversale.**



$$E = \frac{p_0 sen\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\omega^2}{r} sen(kr - \omega t)$$

$$B = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{c}}$$

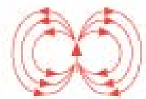
1. **Onda sferica** (dipendenza 1/r)

2. velocità di propagazione **c = ω/κ**

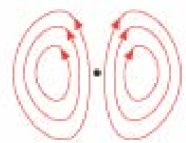
3. I campi E e B dipendono oltre che da r anche da θ. Nulli per θ = 0 e π (lungo l'asse del dipolo)

4. Simmetria cilindrica attorno all'asse del dipolo.

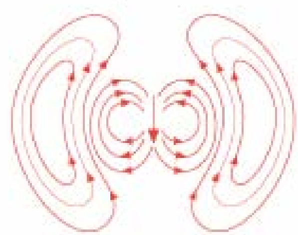
Radiazione e.m. prodotta da un dipolo elettrico oscillante



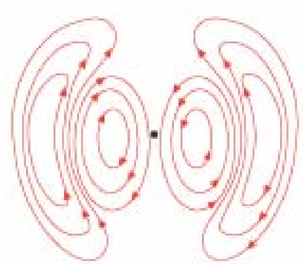
t, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$



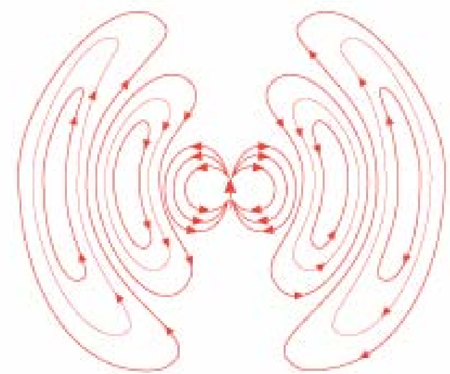
$t + \dfrac{T}{4}$, $\mathbf{p} = 0$



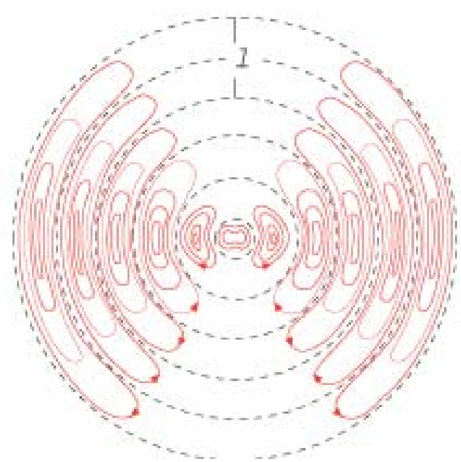
$t + \dfrac{T}{2}$, $\mathbf{p} = -\mathbf{p}_0$



$t + \dfrac{3T}{4}$, $\mathbf{p} = 0$



$t + T$ $\quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0$



Radiazione e.m. prodotta da un dipolo elettrico oscillante

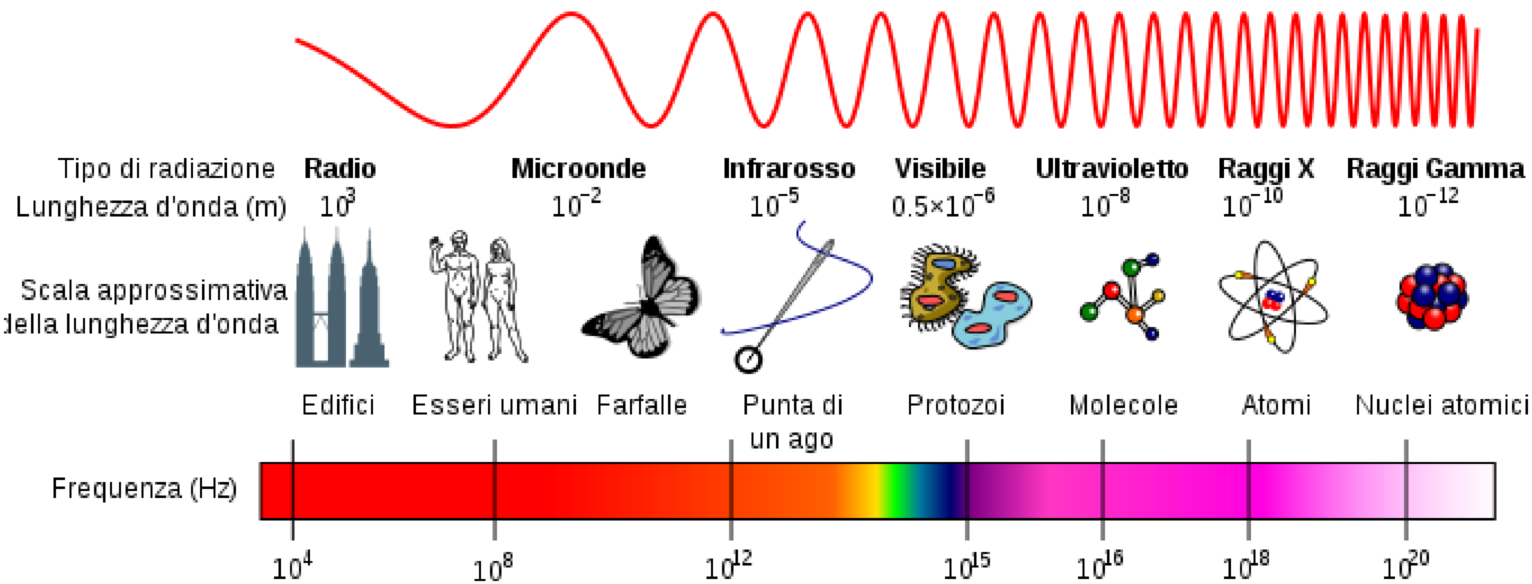
L'intensità dell'onda: $$\boxed{I = S_m = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2}$$

$$E = \frac{p_0 sen\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\omega^2}{r} sen(kr - \omega t)$$

$$E_0 = \frac{p_0 sen\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\omega^2}{r}$$

$$\boxed{I = S_m = \frac{p^2{}_0\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3}\frac{sen^2\vartheta}{r^2} = I_0\frac{sen^2\vartheta}{r^2}}$$

Spettro elettromagnetico



- Ampio e continuo intervallo di frequenze.
- Convenzionalmente lo spettro è suddiviso in bande: hertziane – microonde – infrarosso – visibile – ultravioletto -raggi X, raggi γ

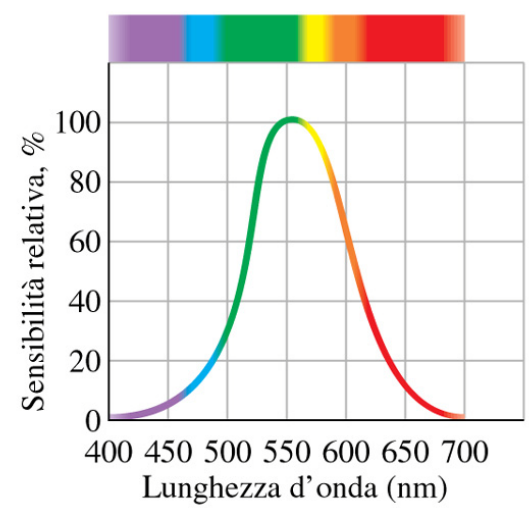
Spettro elettromagnetico

Hertziane (ν = 10^2-10^9 Hz) : prodotte con dispositivi elettronici (circuiti oscillanti). Utilizzate nelle trasmissioni televisive e radiofoniche

Microonde (ν = 10^9- $3 10^{11}$ Hz) : prodotte con dispositivi elettronici. Utilizzate per comunicazioni e sistemi radar.

Infrarosso (ν = $3 10^{11}$-3.8 10^{14} Hz): prodotte da corpi caldi. Utilizzata in medicina , nell'industria ed astronomia.

Visibile (ν = 3.8 10^{14}-7.9 10^{14} Hz) : frequenze cui è sensibile l'occhio umano. Le diverse sensazioni (chiamati i colori) che la luce produce nell'occhio dipendono dalle lungh. d'onda. Prodotta nei moti di agitazione termica ad alta temperatura, da scariche in un gas. Il **sole** è la più importante sorgente (la temperatura al suo interno è di circa 10^7K tale da causare processi di fusione nucleare)



Spettro elettromagnetico

Ultravioletto: (ν = 7.9 10^{14}-5$10^{17}$ Hz) : prodotte da atomi e molecole e nelle scariche elettriche. Il sole è una potete sorgente. Utilizzati in alcune applicazioni mediche e nei processi di sterilizzazione nei quali microorganismi come i batteri vengono distrutti

Raggi X: (ν = 5$10^{17}$-5$10^{19}$ Hz): prodotti dagli elettroni più interni o rallentando elettroni di alta energia che bombardano un bersaglio. Utilizzati in medicina (diagnostica e nella terapia contro i tumori).

Raggi γ: (ν > 10^{18} hz) : origine nucleare, prodotte da molte sostanze radioattive e sono presenti in grande quantità nei reattori nucleari. Terapie antitumorali (isotopo ^{60}Co)

Esperimento di Hertz

Heinrich Hertz (1857-1894) nel 1886 riuscì per la prima volta a produrre e a rivelare le onde elettromagnetiche di cui Maxwell aveva previsto l'esistenza.